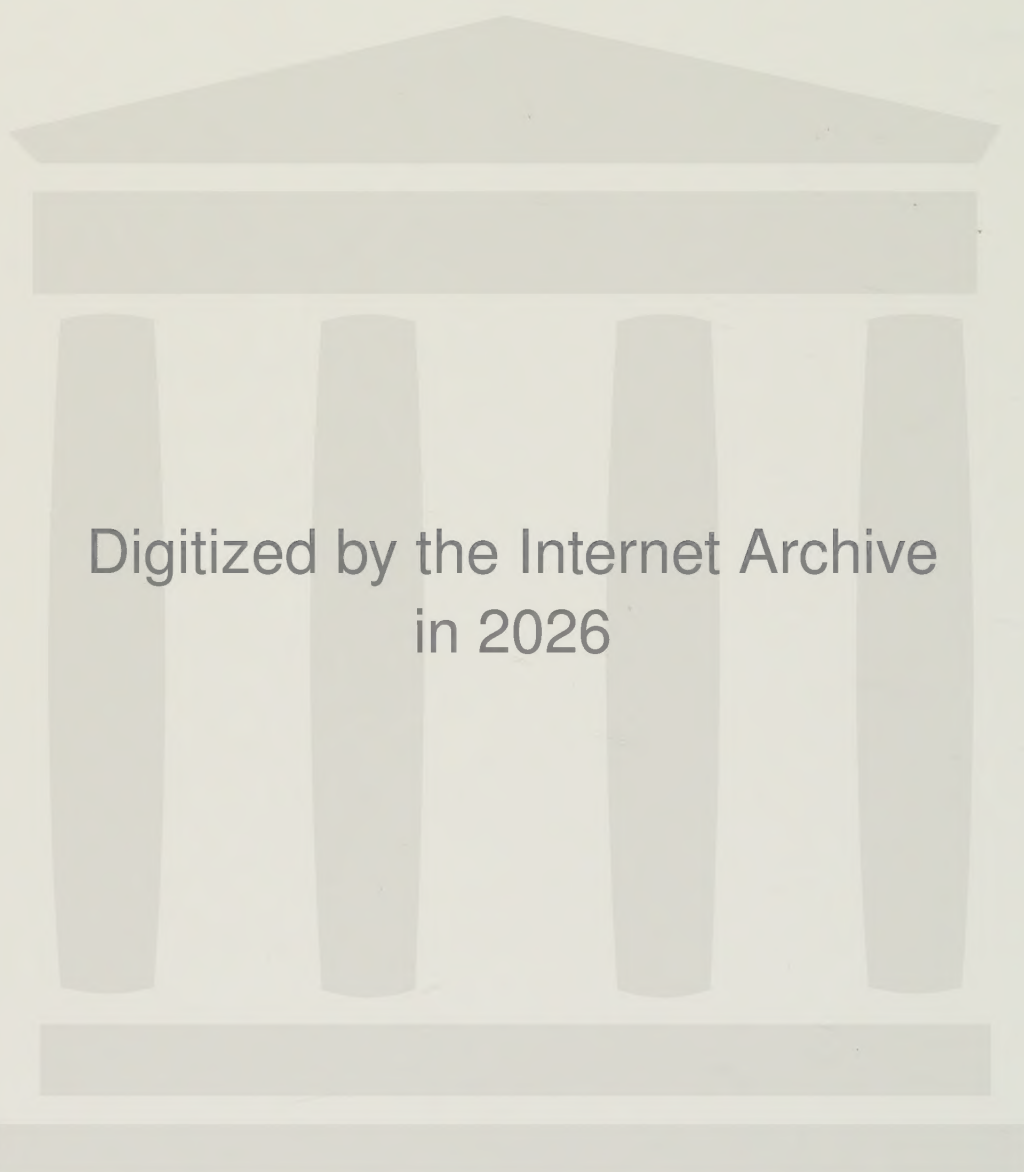


W. Schäfer.

Frankfurt a. M. 1980.



Digitized by the Internet Archive
in 2026

The why of the world
is an answerless riddle -
puzzlesome, tiresome,
hard to unriddle.

James Joyce

MACHSCHOCKWELLEN IM ELEKTRONENPLASMA VON FESTKÖRPERN

Inaugural - Dissertation

zur

Erlangung des Doktorgrades der Naturwissenschaften

vorgelegt beim Fachbereich Physik der

Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt a. M.

von

Wolfgang Schäfer

aus Dortelweil

Frankfurt am Main

1979

Gedruckt mit Genehmigung des Fachbereichs Physik
der Universität Frankfurt am Main

Dekan:	Prof. Dr. W. Martienssen
Leiter dieser Arbeit:	Prof. Dr. W. Greiner
Erster Gutachter:	Prof. Dr. W. Greiner
Zweiter Gutachter:	Prof. Dr. B. Müller

Tag der mündlichen Prüfung: 14. Februar 1980

Abstract

It is a common method in solid state physics, to treat a solid as a homogeneous electron plasma with the nuclear charges forming a rigid positive background lattice.

Introducing an external perturbation into the system the response of the electrons consists in oscillations around the equilibrium density ρ_0 of the medium.

If the perturbing particle has a velocity v_0 which exceeds the Fermi velocity v_F of the plasma electrons, these oscillations manifest themselves in an axially symmetrical wake behind the penetrating charge. We interpret these collective density fluctuations, consisting of regions of enhanced and depleted electron density, as Mach-shock waves, which should lead to the directed emission of electrons from the solid. We propose to detect the electron wake in solid state materials by measuring the angular distribution of the emitted shock-electrons, which show up as distinct maxima at certain angles. We find that the emission angles increase with bombardment energy, following approximately the Mach relation $\cos \Theta_{em} = v_s/v_0$

5.	<u>Schallwellen und Schockwellen</u>	50
5.1	Schallwellen und Schockwellen als kollektive Antwort eines Systems auf äußere Störungen	50
5.2	Schockwellen in Kernmaterie	53
6.	<u>Machschockeffekte im Elektronenplasma</u>	57
6.1	Ableitung des effektiven Polarisationspotentials und der induzierten Dichte $\mathcal{S}_{\text{ind}}$	58
6.2	Diskussion der Ergebnisse im Schockwellenbild	70
6.3	Herleitung der induzierten Stromdichte $\vec{j}_{\text{ind}}$	88
6.4	Bestimmung der Energie- und Winkelverteilungen der emittierten Schockelektronen	96
6.5	Erste experimentelle Befunde	110
7.	<u>Zusammenfassung und Ausblick</u>	113
8.	<u>Anhänge</u>	116
	Literaturverzeichnis	128
	Danksagung	133
	Lebenslauf	134

Inhaltsverzeichnis

1. <u>Einleitung</u>	5
2. <u>Der Festkörper als Elektronenplasma</u>	10
2.1 Definition des Plasmabegriffs im Festkörper	10
2.2 Allgemeines Verhalten eines Plasmas gegenüber Störungen - lineare Antwort	12
3. <u>Makroskopische Beschreibung eines Plasmas</u>	19
3.1 Die dielektrische Funktion $\epsilon(\vec{k}, \omega)$ als Maß für die Polarisierbarkeit eines Systems	19
3.1.1 Klassische Ableitung und quantenmechanische Verallgemeinerung der dielektrischen Funktion .	20
3.1.2 Mikroskopische Betrachtungen zur Dispersions- relation	28
3.1.3 Transporttheoretische Ableitung der Dielek- trizitätsfunktion	33
4. <u>Die Reaktion eines Elektronenplasmas auf äußere Störungen</u>	38
4.1 Kollektive- und Einteilchenanregungen	38
4.2 Herleitung der kritischen Wellenzahl k_c	40
4.3 Experimentelle Methoden zur Bestimmung von k_c ...	45

Einen Überblick über die einschlägigen Veröffentlichungen findet man beispielsweise in einem Übersichtsartikel von Pines aus dem Jahre 1956 ¹⁰.

Neufeld und Ritchie ¹¹ betrachteten 1955 den Durchgang geladener Teilchen durch ein Plasma im Rahmen der Maxwell'schen Theorie dispersiver Medien. Hierbei wurde erstmals ein Ausdruck für das Polarisationspotential in der Umgebung eines sich bewegenden Teilchens angegeben, welche nachfolgend als "Wake" - Potential in die Literatur einging.

Erneut aktuell wurde die Anregung von "wakes" in Festkörperplasmen erst wieder in der 70-er Jahren. Nachdem ab 1974 mehrmals die Möglichkeit gebundener Elektronenzustände im "Wake"-Potential diskutiert wurde ¹²⁻¹⁸, gelang es 1975 Gemmell und Mitarbeitern ¹⁹ erstmals den experimentellen Nachweis der Existenz des "Wake"- Potentials zu erbringen. Durch Beschuß von Festkörpern mit Molekülonen und nachfolgender Messung von Abweichungen in den Winkel- und Energieverteilungen der emittierten Fragmente bezüglich Coulomb-Explosion gelang Gemmell und anderen wiederholt der indirekte Nachweis dieses Phänomens ²⁰⁻²². Einen direkten Nachweis für die Existenz von "wakes" gelang schließlich Gemmell und Pietsch im Jahre 1979 ²³.

Unter der Verwendung eines Molekülstrahls und eines Doppeltargets mit variablem Abstand, war es möglich das Wakepotential zu testen. Beim Durchflug durch das erste Target (C) kommt es zur Coulombexplosion der beiden Protonen. Durch Variation des Folienabstandes kann der räumliche Abstand beider Protonen bestimmt werden.

1. Einleitung

Der rasche Ausbau von Schwerionenbeschleunigern in den letzten Jahren und die Verwendung von Festkörpern als Targets bei der Untersuchung von Reaktionen zwischen atomaren Teilchen führte zu erneuter intensiver Beschäftigung mit den Reaktionsmechanismen des Festkörpers und durchfliegender Projektilteilchen ¹.

Dabei spielten die Probleme des Verlustes und Einfangs von Elektronen beim Durchgang von Schwerionen durch Festkörpertargets eine nicht unwesentliche Rolle. Eine ausführliche Darstellung der Entwicklung dieses Forschungsgebietes wurde 1972 von Betz gegeben ². Neben verschiedenen Ionisierungsprozessen innerhalb des Festkörpers durch Einzelanregung wurde 1948 von N. Bohr ³ erstmals der Prozeß der kohärenten Anregung von Elektronen des Festkörpers diskutiert. Bohr interpretierte diesen Sachverhalt als "Wake"Phänomen .

Er verstand darunter die kohärente Anregung von Dichtefluktuationen innerhalb des Elektronenplasmas des Festkörpers. Diese kollektive Komponente der Reaktion eines Vielteilchensystems auf äußere Störungen und die Möglichkeit der Beschreibung eines Festkörpers als Elektronenplasma wurde in den darauffolgenden Jahren zum Objekt von Studien verschiedener Autoren, wobei besonders hervorzuheben sind die Arbeiten von Bohm und Gross ⁴, Lindhard ⁵, sowie eine Reihe von Veröffentlichungen von Bohm und Pines ⁶⁻⁹.

geschwindigkeit.

Durch die Berechnung der Projektilinduzierten Stromdichte sind wir in der Lage, Energie- und Winkelverteilungen, sowie die Anzahl der pro Projektil emittierten Elektronen anzugeben ³⁰. Die Maxima in der Winkelverteilung der Elektronen zeigen einen von der Projektilgeschwindigkeit abhängigen deutlichen Trend zu größeren Winkeln Θ_{em} .

Erste Experimente zum direkten Nachweis dieser Schockelektronen wurden 1979 von K.O.Groeneveld und Mitarbeitern ³¹ mit ermutigendem positiven Ergebnis durchgeführt.

Ein indirekter Nachweis von Schwerioneninduzierten Elektronenschockwellen wurde von B.Sundqvist ⁶⁷ und Mitarbeitern Ende 1979 durch Untersuchungen der Desorption von auf Festkörpertargets befindlichen Makromolekülen veröffentlicht.

Die Arbeit ist folgendermaßen gegliedert: Im ersten Teil wird die Möglichkeit diskutiert, einen Festkörper als Ansammlung nahezu freier Elektronen vor einem ruhenden positiven Hintergrund zu beschreiben. Störungen dieser Quasifreiheit, aufgrund von Wechselwirkungen mit dem Kristallgitter, sind in erster Ordnung vernachlässigbare Einflüsse ³⁴.

Das Reaktionsverhalten des Elektronenplasmas auf äußere Störungen wird im Rahmen der Theorie der linearen Antwort behandelt, wobei sich unter Annahme eines homogenen, isotropen Mediums, die Eigenschaften der Elektronen im Festkörper durch ihre Polarisierbarkeit, in Form der dielektrischen Funktion $\epsilon(\vec{k}, \omega)$, beschreiben lassen.

Nach Eindringen in die zweite Folie (Al) kommt es zur Wechselwirkung mit dem Wakepotential dessen Einfluß aus der Messung der Energie- und Winkelverteilungen der Protonen nach Austritt aus dem Target untersucht wird.

Das Auftreten gebundener Elektronenzustände in Wakepotentialen glaubten erstmals 1977 Brandt und Ritchie²⁴ experimentell nachweisen zu können. Ein Vergleich der experimentellen Geschwindigkeitsverteilungen von dem Projektil folgenden Elektronen nach dem Austritt aus dem Festkörpertarget mit theoretischen Werten für im Wake gebundene Elektronen erlaubte jedoch keine eindeutige Trennung vom Konkurrenzprozeß des Ladungstransfers ins Kontinuum (CTC)²⁵⁻²⁹. Bei diesem Prozeß handelt es sich um Projektilinduzierte Elektronenübergänge in Kontinuumszustände, die mit dem Coulombpotential des sich im Vakuum bewegenden Projektils verbunden bleiben.

Im Rahmen dieser Arbeit untersuchen wir das Wakepotential und die assoziierte Polarisationsladungsdichte in Festkörpertargets für verschiedene Projektil-Target Kombinationen und Einschußenergien. Wir finden für Projektilgeschwindigkeiten $v_0 \gg v_F$, daß die Gebiete erhöhter Elektronendichte hinter dem Projektil das charakteristische Verhalten von Machschockphänomenen zeigen²⁹ (v_F ist die Fermigeschwindigkeit der Elektronen).

Dieses neuartige Verständnis des Wakephänomens in Festkörpern, als dem Projektil folgende Kompressions- und Dekompressionswellen, führt konsequenterweise zur gerichteten Emission von Elektronen aus dem Target; nach der Machrelation $\cos \Theta_{em} = \frac{v}{v_0}$. v_s entspricht der Schockgeschwindigkeit und v_0 der Projektil-

2. Der Festkörper als Elektronenplasma

Um überhaupt von einem Plasma sprechen zu können, muß das betrachtete Vielteilchensystem zwei Voraussetzungen erfüllen: Zum einen muß es zu elektromagnetischer Wechselwirkung zwischen den geladenen Teilchen kommen und zum anderen muß die Anzahl der positiven und negativen Ladungsträger pro Volumeneinheit annähernd gleich sein. Dabei kommt es weder auf die Anzahl der Ladungsträger an, noch auf das Vorhandensein neutraler Teilchen.

2.1. Definition des Plasmabegriffs im Festkörper

Der Begriff des Festkörperplasmas wurde geprägt zur Beschreibung von Ansammlungen beweglicher Ladungsträger in Festkörpern. Plasmen dieser Art könne neben Halbleitern ebenso in Halbmetallen und Metallen auftreten, wobei im letzten Beispiel die Elektronen die bestimmende Komponente bilden.

Neben der qualitativen Ähnlichkeit eines Festkörperplasmas und gasförmiger Plasmen gibt es quantitative Unterschiede zwischen den beiden Systemen bzgl. der mittleren freien Weglänge, wobei die Randbedingungen in gasförmigen Plasmen eine wesentlich größere Rolle spielen als in Festkörperplasmen.

Abbildung 1 zeigt die charakteristischen Parameter verschiedener natürlicher und künstlicher Plasmen nach Ref. 32 a.

Wir beschränken uns im folgenden auf die Darstellung von Festkörperplasmen. Dabei betrachten wir die Elektronen eines Festkörpers als homogenes, isotropes, dispersives Medium und die

Eine klassische Ableitung dieser Größe und die quantenmechanische Verallgemeinerung wird in Kapitel 3 diskutiert. Die Randbedingungen für die Unterscheidbarkeit kollektiver und Einteilchenanregungsmoden, auf der Grundlage einer effektiven Aufspaltung der langreichweitigen Coulombwechselwirkung wird in Abschnitt 4 besprochen. Dabei wird die theoretische und die experimentelle Bestimmung der kritischen Wellenzahl $k_c \approx k_D$ diskutiert.

Die Möglichkeit des Auftretens von Machschockwellen als kollektive Reaktion eines Vielteilchensystems auf äußere Störungen wird in Kapitel 5 erörtert. Am Beispiel von Schockwellen in Kernmaterie ⁶² wird die physikalische Relevanz von Schockphänomenen in der Schwerionenphysik diskutiert.

Diese Betrachtungen dienen als Basis für das Studium des Machschockphänomens im Elektronenplasma von Festkörpern, wie es in Kapitel 6 durchgeführt wird.

Nur bei relativ freier Beweglichkeit der Teilchen spricht man im allgemeinen von einem Plasma. Dies heißt aber nichts anderes, als daß die kinetische Energie der beweglichen Komponente größer als die mittlere potentielle Energie der Wechselwirkung sein muß ³²

$$\frac{V}{E} \lesssim 1 \quad (2.1a)$$

Die in Abb. 1 dargestellte Debeyelänge λ_D eines Plasmas ist dabei der charakteristische Abstand der Teilchen, ab dem die Coulombwechselwirkung gegenüber der thermischen- bzw. Fermienergie dominant in Erscheinung tritt.

$$\lambda_D = \frac{1}{3} \frac{\langle v_i \rangle^2}{\omega_p^2} \quad (2.1b)$$

wobei $\langle v_i \rangle$ die mittlere thermische Geschwindigkeit der Teilchen ist. Die Debyelänge ist neben der Teilchendichte und der Temperatur das wesentliche Charakteristikum zur Beschreibung eines Plasmas.

2.2 Allgemeines Verhalten eines Plasmas gegenüber Störungen - lineare Antwort

Neben der im vorangegangenen Abschnitt diskutierten Bedeutung von λ_D , kann man diese Größe auch noch als Abschirmlänge eines Plasmas interpretieren. Man versteht darunter die maximale Eindringtiefe eines äußeren elektrischen Feldes in ein Plasma, bis zu der dieses Feld vollständig durch Verschiebung der

positiven Kernladungen als ruhenden Hintergrund. Die Gesamtladungsdichte im Grundzustand ist somit Null, und es gilt die Laplace-Gleichung $\Delta\phi = 0$.

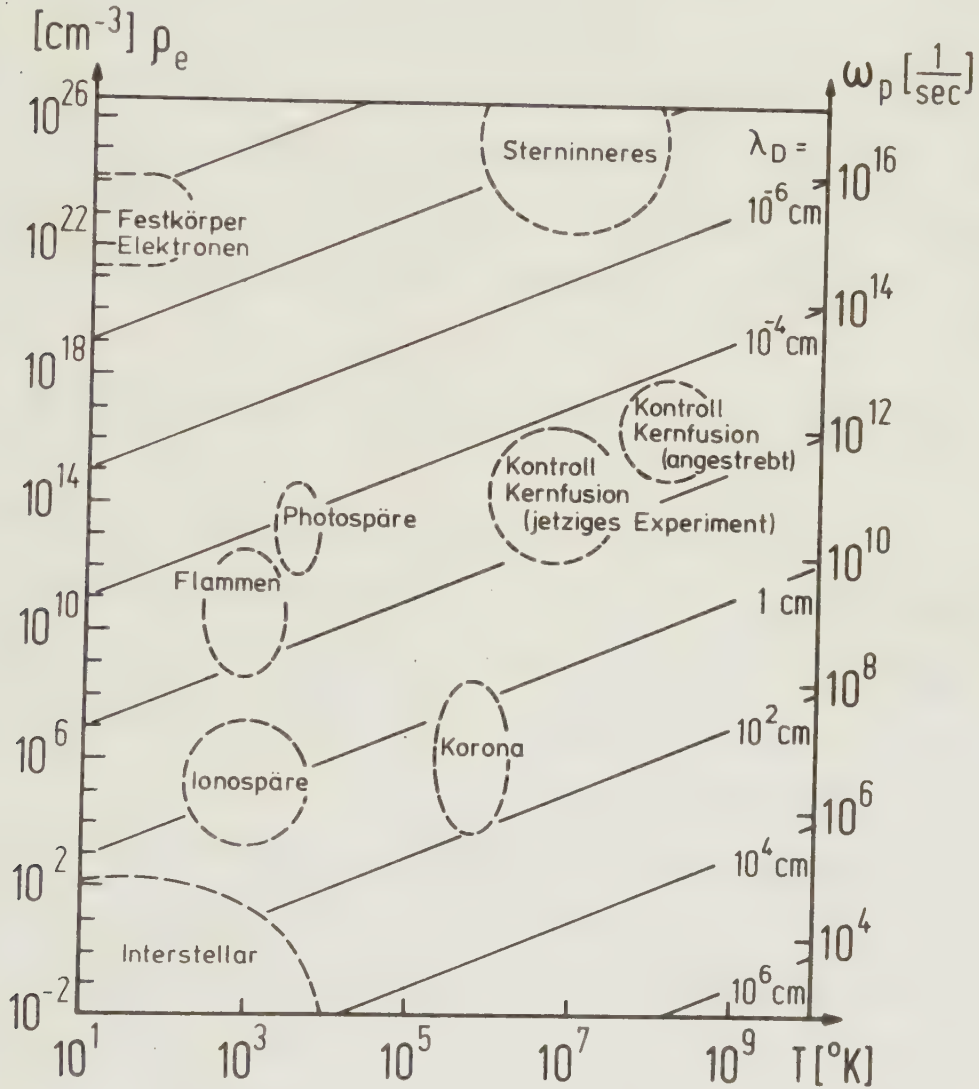


Fig. 1 : Temperatur, Elektronendichte, Plasmafrequenz und Debeyelänge für verschiedene Plasmen (nach Ref.32a)

Als Bedingung für plasmaartiges Verhalten der elektronischen Komponente wird die Beweglichkeit der Ladungsträger angesehen.

Man erkennt daß die Reaktion der Elektronen auf die Testladung darin besteht diese innerhalb einer Länge λ_D abzuschirmen.

λ_D ist der kritische Abstand für den Einfluß kinetischer oder potentieller Energien auf die Elektronenbewegung.

Der Prozeß dieser lokalen Verschiebung der Ladungsträger bzgl. ihrer Gleichgewichtslagen verursacht ein lokales elektrisches Feld, das auf die Elektronen eines Festkörperplasmas eine zur jeweiligen Verschiebungsrichtung proportionale Rückstellkraft ausübt und sie zurücktreibt. Dabei werden die Elektronen so weit beschleunigt, daß sie immer wieder über die Gleichgewichtslage hinausschießen und in ihrer Gesamtheit zu schwingen beginnen. Die Frequenz einer solchen kollektiven Schwingung ist die Plasmafrequenz

$$\omega_p = \left(\frac{4\pi n \cdot e^2}{m} \right)^{1/2} \quad (2.7)$$

deren Wert direkt mit der Teilchendichte des Systems und der Masse der Teilchen zusammenhängt.

Zur Ableitung von ω_p nehmen wir an, daß eine im Plasma induzierte Ladungsdichteänderung aus der Verschiebung der geladenen Teilchen in einer flachen Box (s. Abb.) um die Größe η resultiert. Unter Vernachlässigung eventuell noch auftretender Störungen verhält sich die Box wie ein Kondensator, in dessen Inneren sich ein konstantes elektrisches Feld E aufbaut, um das Ladungsgleichgewicht wieder herzustellen

$$E = 4\pi\sigma \quad (2.8)$$

Ladungsträger des Mediums neutralisiert ist.

Eine erste Definition dieser Länge im Zusammenhang mit der Theorie elektrolytischer Lösungen wurde von Debye und Hückel³³ gegeben.

Bringt man eine Testladung q in ein Plasma, dessen Elektronen sich im thermischen Gleichgewicht bei einer Temperatur T befinden, kommt es zu einer Verschiebung der Elektronendichte δg , verbunden mit dem Auftreten eines effektiven Potentials ϕ

Diese Größen sind verknüpft über die Poissongleichung

$$\nabla^2 \phi = 4\pi q - 4\pi e \delta g \quad (2.2)$$

Da sich die Elektronen im thermische Gleichgewicht befinden, läßt sich ihre Dichteverteilung nach Boltzmann schreiben zu

$$\delta g = n_0 e^{e\phi/kT} - n_0 \quad (2.3)$$

und im Grenzfall kleiner Potentiale ϕ

$$\delta g = n_0 (e\phi/kT) \quad (2.4)$$

n_0 ist die mittlere Elektronendichte.

Für die Poissongleichung folgt damit

$$[\nabla^2 + (4\pi n_0 e^2/kT)] \phi = 4\pi q \quad (2.5)$$

mit der Lösung $\phi = (q/r) e^{-r/\lambda_D}$

und

$$\lambda_D = \left(\frac{kT}{4\pi n_0 e^2} \right)^{1/2} = \left(\frac{m \langle v_i \rangle^2}{12 \pi n_0 e^2} \right)^{1/2} = \frac{\langle v_i \rangle^2}{3 \omega_p^2} \quad (2.6)$$

Die Bewegungsgleichung für ein beliebiges Elektron innerhalb der Platte ist dann

$$m \ddot{\eta}_i = -e E = -4\pi n_0 e^2 \eta \quad (2.10)$$

Aus der Lösung dieser Differentialgleichung erhält man für die Oszillationsfrequenz der Platte bzw. der geladenen Teilchen genau den in Gleichung (2.2) angegebenen Ausdruck.

Aufgrund der langreichweitigen Coulombwechselwirkung zwischen den Elektronen übertragen sich diese lokalen, zeitlich periodischen Ladungsverschiebungen auf das ganze System. Die Quanten dieser longitudinalen Plasmaschwingungen heißen Plasmonen und haben i.a. Energien von einigen zehn Elektronnenvolt. Diese Energie impliziert, daß Plasmonen nicht thermisch angeregt werden können, sondern des Einflusses einer äußeren Störung bedürfen.

Abb. 2 zeigt vergleichsweise die Energie der Plasmonen als Funktion der Teilchendichte des Systems für Elektronen und Protonen. Bei der theoretischen Behandlung eines Vielteilchensystems und seiner Wechselwirkungsmöglichkeiten betrachtet man die Elektronen in erster Ordnung als vor einer positiven Hintergrundladung frei bewegliche Teilchen, die vom periodischen Potential der Ionenrümpfe nicht beeinflußt werden. Eine von Falk ³⁴

durchgeführte Untersuchung des Gittereinflusses auf die dielektrischen Eigenschaften eines Elektronensystems läßt diese Näherung durchaus realistisch erscheinen, da wesentliche Änderungen in der dielektrischen Funktion und damit der Polarisierbarkeit des Mediums nur bei Bragg-Reflektion in Erscheinung

σ , die Überschußladung an beiden Seiten ist dabei

$$\sigma = n_0 e \eta \quad (2.9)$$

mit n_0 als mittlerer Elektronendichte.

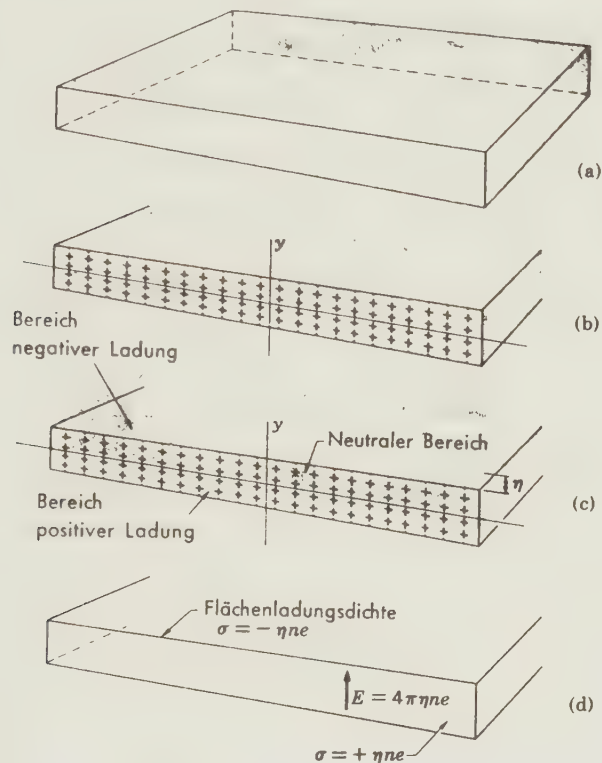


Fig. 1a : (a) zeigt einen dünnen Metallstreifen. In (b) ist ein Querschnitt dargestellt, wobei die positiv geladenen Ionenrümpfe durch + und das Elektronengas durch den grauen Hintergrund dargestellt sind. In (c) ist die negative Ladung um η gleichförmig nach oben verschoben. Wie in (d) gezeigt wird, erzeugt diese Verschiebung eine Flächenladungsdichte auf der oberen und unteren Fläche des Streifens. (nach Ref. 38)

kollektiven Modes ⁴

$$\gamma_{coll} \gg \frac{2\pi}{\omega_p} \quad (2.11)$$

Der Einfluß der magnetischen Wechselwirkung zwischen den Elektronen des Systems, sowie die Induktion magnetischer Felder durch äußere Störungen sind aufgrund ähnlicher Betrachtungen der elektrischen und magnetischen Feldgrößen, im nichtrelativistischen Fall ($v_0 \ll c$), gleichfalls vernachlässigbar ³³.

Für den Fall induzierter Dichteschwankungen im Elektronenplasma eines Festkörpers ist der Formalismus der linearen Antwort i.a. solange befriedigend, als die für die räumliche Variation charakteristische Wellenlänge nicht kürzer als ein mehrfaches der freien Weglänge wird ³⁴. Diese Bedingung ist in unseren Betrachtungen für hohe Projektilenergien $E_{lab} \gtrsim 1 \text{ MeV/N}$ erfüllt. Die Wakewellenlänge ist i.a. größer als die freie Weglänge der Elektronen im System. Letztere ist unabhängig von der Teilchenzahl und der Temperatur im Plasma.

Generell sollte auch die Nichteinhaltung dieser Bedingung eine zumindest noch qualitativ richtige Beschreibung bestimmter Phänomene liefern, zumal der Einfluß von Wechselwirkungsgtermen höherer Ordnung im Elektronengas bei der Berechnung der freien Weglänge nicht berücksichtigt wird.

treten.

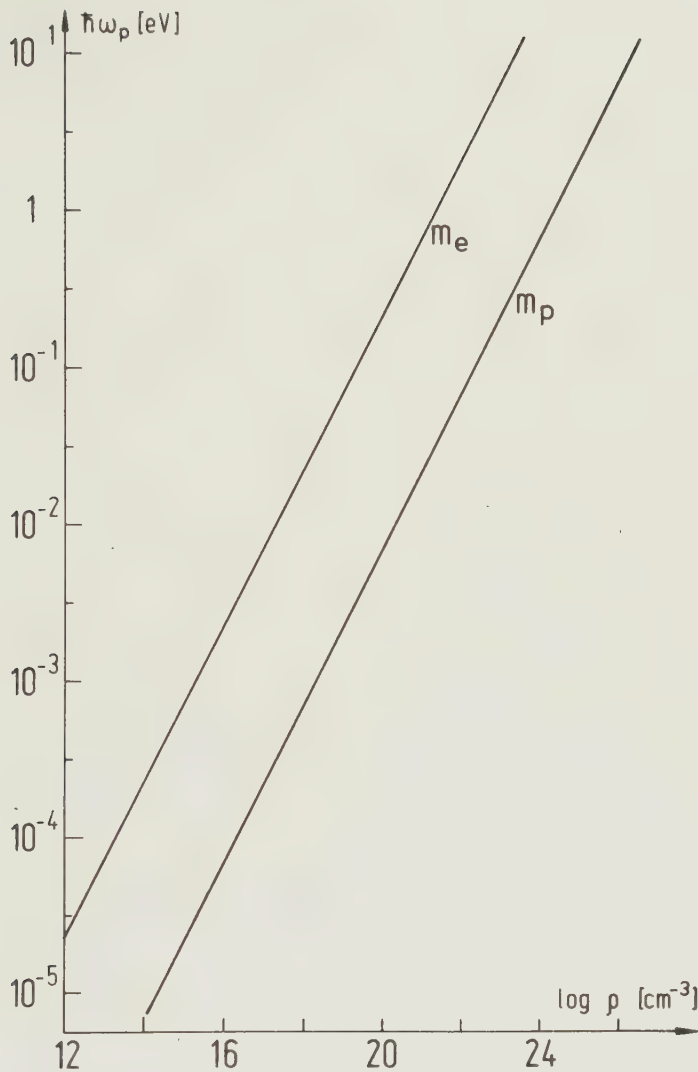


Fig. 2 : Plasmonenenergie $\hbar\omega_p$ als Funktion der Dichte des Systems, für Elektronen und Protonen.

Korrekturen im Ausdruck für die Plasmafrequenz ω_p , aufgrund der im System induzierten Dichtefluktuationen ³⁵, sowie die Dämpfung der kollektiven Oszillationen werden bei unseren Betrachtungen ebenfalls unberücksichtigt bleiben. Diese Näherung ist solange gerechtfertigt, als die Stoßzeit der Elektronen des Systems größer ist als die Zeit für eine Schwingung des

Verallgemeinerung der quantenmechanische Ausdruck erhalten. Letzterer ist für den Fall freier Elektronen identisch mit einem mikroskopisch, mit Hilfe kollektiver Koordinaten von Bohm und Pines ⁷ abgeleiteten Ausdruck.

3.1.1. Klassische Ableitung und quantenmechanische Verallgemeinerung der dielektrischen Funktion

Bei der klassischen Betrachtung der Bewegung eines Systems von Teilchen, geht man von einem Medium mit elastisch an Ruhelagen gebundenen Elektronen aus, die unter der Wirkung eines äußeren elektrischen Feldes der Bewegungsgleichung für den gedämpften harmonischen Oszillator genügen:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + g \frac{d\vec{r}}{dt} + \omega_0^2 \vec{r} = \frac{e}{m} \vec{E} = \frac{e}{m} \vec{E}_0 e^{-i\omega t} \quad (3.1)$$

Die Variable g entspricht der Dämpfungskonstanten und ω_0 der Eigenfrequenz der Elektronen.

Nach Abklingen des Einschwingvorgangs erhält man als Lösung der Differentialgleichung ³⁷

$$\vec{r} = \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - ig\omega} \frac{e}{m} \vec{E} \quad (3.2)$$

wobei hier und im folgenden jeweils der Realteil zu betrachten ist.

3. Makroskopische Beschreibung eines Plasmas

3.1. Die dielektrische Funktion $\epsilon(\vec{k}, \omega)$ als Maß für die Polarisierbarkeit eines Mediums

Zur Beschreibung der Reaktion eines Vielteilchensystems beziehungsweise Plasmas auf äußere Störungen, bedienen wir uns im Rahmen dieser Arbeit einer makroskopischen Beschreibungsweise. Dies impliziert die Möglichkeit das Verhalten des Systems durch die Angabe seiner Polarisierbarkeit α vollständig zu charakterisieren. In einem nachfolgenden Kapitel werden wir kurz eine mikroskopische Beschreibungsweise skizzieren⁴⁸, basierend auf der Untersuchung der Bewegungsgleichungen der Teilchen im Plasma.

Im Rahmen der klassischen Elektrodynamik läßt sich aus der Polarisation, das heißt dem Verhältnis von induzierten elektrischen Dipolmoment und äußerer induzierender elektrischer Feldstärke die dielektrische Funktion $\epsilon(\vec{k}, \omega)$ des Mediums, ebenso wie die zugehörige Dispersionsrelation bestimmen³³.

In isotropen Medien, wie beispielsweise für ein homogenes Elektronenplasma angenommen werden kann, ist die dielektrische Funktion skalar und longitudinal. Bei der Herleitung der dielektrischen Funktion für das Elektronenplasma, unter Berücksichtigung der Fermiverteilung der Elektronen, wird zunächst der klassische Weg beschritten und anschließend durch plausible

ω_i^2 durch $\langle v \rangle^2 k_i^2$ und summiert über alle Teilchen i wobei gilt $\sum_i f_i = n$, erhält man für die klassische dielektrische Funktion

$$\epsilon(\vec{k}, \omega) = 1 - \frac{4\pi e^2 n}{m} \frac{1}{\omega^2 - \langle v^2 \rangle k^2} \quad (3.9)$$

Mit der Definition für die Plasmafrequenz in Gl. (2.2) und ersetzen der mittleren Geschwindigkeit der Elektronen durch den Ausdruck für die Fermigeschwindigkeit ergibt sich in der endgültigen Form

$$\epsilon(\vec{k}, \omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \beta^2 k^2} \quad (3.1)$$

wobei $\beta^2 = \frac{3}{5} v_F^2$.

Den zu $\langle v^2 \rangle$ analogen Ausdruck im entarteten Fermigas erhält man aus der zu berechnenden Grundzustandsenergie pro Teilchen zu $\sqrt{\frac{3}{5}} v_F$.

Zur Bestimmung der Frequenz der induzierten Plasmaschwingung über die Dispersionsrelation betrachtet man die Fouriertransformierte der Gleichung (3.5)

$$\epsilon \operatorname{div} \vec{E} = 0 \quad \text{bzw.} \quad i\vec{k} \epsilon \vec{E} = 0 \quad (3.11)$$

Da es bei Plasmaschwingungen induzierte elektrische Felder gibt, $\operatorname{div} \vec{E} \neq 0$, kann Gl (3.5.) nur erfüllt werden, wenn

$\epsilon = 0$. Das bedeutet, daß es sich um longitudinale Schwingungen handeln muß.

Für das Dipolmoment pro Elektron ergibt sich sofort

$$\vec{p} = e\vec{r} = \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - ig\omega} \frac{e^2}{m} \vec{E} \quad (3.3)$$

und entsprechend für die Polarisation pro Volumeneinheit

$$\vec{P} = \frac{e^2}{m} \sum_i \frac{f_i}{\omega_i^2 - \omega^2 - ig\omega} \vec{E} \quad (3.4)$$

f_i ist die Anzahl der Elektronen pro Volumeneinheit mit der Eigenfrequenz ω_i .

Parallel hierzu weiß man aus der Gültigkeit der Maxwell Gleichung, daß

$$\text{div } \vec{D} = 0 \quad \text{bzw.} \quad \epsilon \text{div } \vec{E} = 0 \quad (3.5)$$

und mit der Definition der dielektrischen Verschiebung

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi \vec{P} = \epsilon \vec{E} \quad (3.6)$$

erhält man für die Polarisation pro Volumeneinheit

$$\vec{P} = (\epsilon - 1) \frac{\vec{E}}{4\pi} \quad (3.7)$$

wobei α die atomare Polarisierbarkeit ist.

Ersetzen von $\vec{P}$ durch Gl. (3.4) führt schließlich zu folgendem Ausdruck für die dielektrische Funktion $\epsilon(\vec{k}, \omega)$

$$\epsilon(\vec{k}, \omega) = 1 + \frac{4\pi e^2}{m} \sum_i \frac{f_i}{\omega_i^2 - \omega^2 - ig\omega} \quad (3.8)$$

Vernachlässigt man im weiteren die Dämpfungseffekte, ersetzt

Die quantenmechanische Formulierung der Reaktion eines Elektrodensystems auf eine äußere Störung führt auf eine in der Struktur identische Gleichung für die dielektrische Funktion $\epsilon(\vec{k}, \omega)$. Die effektive atomare Polarisierbarkeit α wird in der Quantenmechanik beschrieben durch

$$\alpha_{\alpha} = \sum_k \frac{\vec{M}_{0k} \vec{M}_{k0}}{h} \frac{2\nu_{k0}}{\nu_{k0}^2 - \nu^2} \quad (3.14)$$

wobei $\vec{M}$ die Matrixkomponente des atomaren Dipolmomentes ist.

$$\vec{M}_{0k} = - \int \psi_0^* (\sum e \vec{r}_i) \psi_k d\tau \quad (3.15)$$

summiert über alle angeregten Zustände, und ν_{k0} ist die Übergangsfrequenz zwischen Grundzustand und angeregtem Zustand.

$$\nu_{k0} = 2\pi \frac{E_k - E_0}{h} \quad (3.16)$$

Die einzelnen Terme von Gleichung (3.14) sind aber in der Struktur ähnlich dem Ausdruck für die Polarisierbarkeit eines Oszillators (Gl.(3.7))

$$\alpha_{k0} = \frac{e^2}{m} \frac{1}{\omega_{k0}^2 - \omega^2} = \frac{e^2}{4\pi^2 m} \frac{1}{\nu_{k0}^2 - \nu^2} \quad (3.17)$$

und lassen sich deshalb umschreiben zu

$$\begin{aligned} \alpha_{\alpha} &= \frac{e^2}{m} \sum_k \frac{f_{k0}}{\omega_{k0}^2 - \omega^2} \\ &= \sum_k f_{k0} \alpha_{k0} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Genügt man dieser Bedingung, erhält man aus Gl. (3.10)

$$\epsilon_n(\vec{k}, \omega) = 0 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \beta^2 k^2} \quad (3.12)$$

den folgenden Ausdruck für die Dispersionsrelation

$$\omega^2 = \omega_p^2 + \beta^2 k^2 \quad (3.13)$$

Gleichung (3.13) beschreibt die Frequenz der induzierten Oszillation als Funktion der Wellenzahl k .

Die Begriffe longitudinale Schwingung ($\vec{k} \parallel \vec{E}$) und transversale Schwingung ($\vec{k} \perp \vec{E}$) sind in Abb. 2a nochmals verdeutlicht.

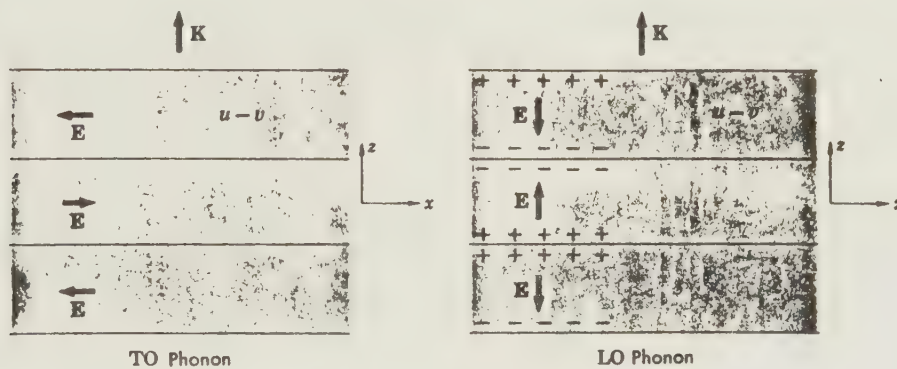


Fig. 2a : Die Pfeilgruppen stellen die relativen Verschiebungen der positiven und negativen Teilchen zu einem gewissen Zeitpunkt dar, für die Welle einer optischen Eigenschwingung, die sich längs der z -Achse ausbreitet. In der transversalen optischen Phononenschwingung, linkes Bild, ist die Teilchenauslenkung senkrecht zum Wellenvektor $\vec{k}$. In der longitudinalen optischen Phononenschwingung, rechtes Bild, sind die Teilchenauslenkungen und folglich die dielektrische Polarisation $\vec{P}$ parallel zum Wellenvektor $\vec{k}$. (nach Ref. 38)

wobei $\vec{n}_0$ der Einheitsvektor in Richtung der Auslenkung der Störwelle ist.

Für Longitudinalwellen ist $\vec{n}_0 \parallel \vec{k}$ und man erhält unter Verwendung von ebenen Wellen für die Elektronenzustände, den einfachen Ausdruck für die longitudinale Oszillatorstärke

$$f_{\vec{k}, \vec{k}+\vec{k}'}^{(11)} = \frac{2}{m \hbar \omega_{\vec{k}, \vec{k}+\vec{k}'}} \hbar^2 \left(\vec{k} \cdot \vec{k}' + \frac{1}{2} k'^2 \right)^2 \quad (3.23)$$

Mit Hilfe des Energie- und Impulssatzes läßt sich $\hbar \omega_{\vec{k}, \vec{k}+\vec{k}'}$ umformen

$$\begin{aligned} \hbar \omega_{\vec{k}, \vec{k}+\vec{k}'} &= \hbar \omega_{\vec{k}, \vec{k}'} - \hbar \omega_{\vec{k}} \\ &= \frac{\hbar^2}{m} \left[\vec{k} \cdot \vec{k}' + \frac{1}{2} k'^2 \right] \end{aligned} \quad (3.24)$$

und $f_{\vec{k}, \vec{k}+\vec{k}'}$ noch weiter vereinfacht schreiben zu

$$f_{\vec{k}, \vec{k}+\vec{k}'} = \frac{2 m \omega_{\vec{k}, \vec{k}+\vec{k}'}}{\hbar k^2} \quad (3.25)$$

Setzt man diese Ausdrücke nun in Gl.(3.8) für die dielektrische Funktion ein

$$\begin{aligned} \epsilon_{11}(\vec{k}, \omega) &= 1 + \frac{4\pi e^2}{m} \sum_i \frac{f_i}{\omega_i^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} \\ &= 1 + \frac{4\pi e^2}{m} \sum_{\vec{k}} \frac{f_{\vec{k}, \vec{k}+\vec{k}'}}{\omega_{\vec{k}, \vec{k}+\vec{k}'}^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} \end{aligned} \quad (3.26)$$

erhält man unter Vernachlässigung der Dämpfung

Die Variable f_{k_0} ist definiert als Oszillator für einen Übergang aus dem Zustand ψ_0 nach ψ_k und gilt als Maß für die Wahrscheinlichkeit eines solchen Übergangs

$$f_{k_0} = \frac{4\pi m}{\hbar e^2} \nu_{k_0} \vec{M}_{0k} \vec{M}_{k_0} \quad (3.19)$$

Aus der Definition der dielektrischen Funktion

$$\epsilon = 1 + 4\pi\alpha \quad (3.20)$$

erhält man dann sofort

$$\epsilon = 1 + \frac{4\pi e^2}{m} \sum_k \frac{f_{k_0}}{\omega_{k_0}^2 - \omega^2} \quad (3.21)$$

Dies ist in der Struktur identisch mit dem Ausdruck für die dielektrische Funktion Gl.(3.8), unter Vernachlässigung der Dämpfung.

Ganz allgemein ersetzt man beim Übergang von der klassischen Dielektrizitätsfunktion zum quantenmechanischen Analogon die Anzahl der Elektronen pro Volumen, f_1 , durch den Ausdruck der quantenmechanischen Oszillatorstärke $f_{n,\vec{k};n',\vec{k}+\vec{k}'}$, die ein Maß für die Wahrscheinlichkeit eines Elektronenüberganges aus dem quantenmechanischen Zustand $|n',\vec{k}+\vec{k}'\rangle$ ist ³⁹.

Die Bestimmung der Oszillatorstärke aus der Übergangswahrscheinlichkeit mit Hilfe der zeitabhängigen Schrödingergleichung wird z.B. von Geiger ⁴⁰ angegeben. Er erhält für den Spezialfall des freien Elektronengases

$$f_{\vec{k},\vec{k}+\vec{k}'} = \frac{2}{m\hbar\omega_{\vec{k},\vec{k}+\vec{k}'}} \left| \int \psi_{\vec{k}+\vec{k}'}^* e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \left(\vec{n}_0 \left(\frac{\hbar}{i} \vec{\nabla} + \frac{1}{2} \hbar \vec{k}' \right) \psi_{\vec{k}} \right) d\tau \right|^2 \quad (3.22)$$

setzt die Entwicklung wieder in Gl. (3.30) ein und löst durch Iteration, so erhält man nach Ref. 41

$$\omega^2 = \omega_p^2 + k^2 \langle v^2 \rangle + \omega_p^{-2} k^4 (\langle v^4 \rangle - \langle v^2 \rangle^2) + \frac{\hbar^2 k^4}{4m^2} + \dots \quad (3.32)$$

Berücksichtigung von Gliedern bis zur Ordnung k^2 und Ersetzen der mittleren Elektronengeschwindigkeit nach Gl. (3.10) führt zu

$$\omega^2 = \omega_p^2 + \beta^2 k^2 \quad (3.33)$$

was identisch ist mit der aus klassischen Überlegungen deduzierten Dispersionsrelation.

3.1.2. Mikroskopische Ableitung der Dispersionsrelation

Betrachtet man eine Ansammlung von Elektronen vor dem positiven Hintergrund der Ionenrümpfe, so ist die potentielle Energie der Wechselwirkung zwischen i-tem und j-tem Elektron ($e^2/|\vec{x}_i - \vec{x}_j|$) als Fourierentwicklung in einem Einheitsvolumen mit periodischer Randbedingung

$$\left(\frac{e^2}{|\vec{x}_i - \vec{x}_j|} \right) = 4\pi e^2 \sum_k \frac{e^{i\vec{k} \cdot (\vec{x}_i - \vec{x}_j)}}{k^2} \quad (3.34)$$

Die Bewegungsgleichung des i-ten Elektrons lautet dann

$$\ddot{\vec{x}}_i = - \frac{4\pi e^2 i}{m} \sum_{\substack{i,k \\ i \neq j}}' \frac{\vec{k} e^{i\vec{k} \cdot (\vec{x}_i - \vec{x}_j)}}{k^2} \quad (3.35)$$

wobei der Strich am Summenzeichen die Ausschließung der Summation über $k=0$ anzeigt. Dies wird impliziert durch den positiven

$$\begin{aligned}\epsilon_{||}(\vec{k}, \omega) &= 1 - \frac{2\pi e^2}{m} \sum_{\vec{k}} \frac{f_{\vec{k}, \vec{k}+\vec{k}'}}{\omega_{\vec{k}, \vec{k}+\vec{k}'}} \left(\frac{1}{\omega - \omega_{\vec{k}, \vec{k}+\vec{k}'}} - \frac{1}{\omega + \omega_{\vec{k}, \vec{k}+\vec{k}'}} \right) \\ &= 1 - \frac{2\pi e^2}{m} \sum_{\vec{k}} \frac{f_{\vec{k}, \vec{k}+\vec{k}'}}{\omega_{\vec{k}, \vec{k}+\vec{k}'}} \left(\frac{1}{\omega - \frac{\hbar}{m}(\vec{k} \cdot \vec{k}') - \frac{\hbar^2}{2m} k^2} - \frac{1}{\omega + \frac{\hbar}{m}(\vec{k} \cdot \vec{k}') + \frac{\hbar^2}{2m} k^2} \right) \quad (3.27)\end{aligned}$$

Ersetzt man im zweiten Term auf der rechten Seite k durch $-k$, was erlaubt ist, da die Summe über positive und negative k läuft, wird aus Gl.(3.27)

$$\epsilon_{||}(\vec{k}, \omega) = 1 - \frac{2\pi e^2}{m} \sum_{\vec{k}} \frac{f_{\vec{k}, \vec{k}+\vec{k}'}}{\omega_{\vec{k}, \vec{k}+\vec{k}'}} \left(\frac{1}{\omega - \frac{\hbar}{m}(\vec{k} \cdot \vec{k}') - \frac{\hbar^2}{2m} k^2} - \frac{1}{\omega - \frac{\hbar}{m}(\vec{k} \cdot \vec{k}') + \frac{\hbar^2}{2m} k'^2} \right) \quad (3.28)$$

Bringt man Gl.(3.28) auf den Hauptnenner und ersetzt die Oszillatorstärke durch Gl.(3.25) erhält man

$$\begin{aligned}\epsilon_{||}(\vec{k}, \omega) &= 1 - \frac{4\pi e^2}{m} \sum_{\vec{k}} \frac{1}{\left[\left(\omega - \frac{\hbar}{m}(\vec{k} \cdot \vec{k}') \right)^2 - \frac{\hbar^2}{4m^2} k^4 \right]} \\ &= 1 - \frac{4\pi e^2}{m} \sum_{\vec{k}} \frac{1}{\left(\omega - \vec{k} \langle \vec{v} \rangle \right)^2 - \frac{\hbar^2}{4m^2} k^4} \quad (3.29)\end{aligned}$$

Die Dispersionsrelation erhält man wieder aus den Nullstellen der dielektrischen Funktion Gl.(3.26)

$$1 = \frac{4\pi e^2}{m} \sum_{\vec{k}} \frac{1}{\left(\omega - \vec{k} \langle \vec{v} \rangle \right)^2 - \frac{\hbar^2}{4m^2} k^4} \quad (3.30)$$

Entwickelt man den Nenner dieser Gleichung nach Potenzen von $\vec{k}$, wobei sich die ungeraden Potenzen der Geschwindigkeit zu Null mitteln,

$$\left[\left(\omega - \vec{k} \langle \vec{v} \rangle \right)^2 - \frac{\hbar^2 k^4}{4m^2} \right]^{-1} \approx \omega^{-2} + \omega^{-4} k^2 \langle v^2 \rangle + \omega^{-6} k^4 \langle v^4 \rangle + \omega^{-4} \frac{\hbar^2 k^4}{4m^2} + \dots \quad (3.31)$$

und
$$\frac{d^2 S_k}{dt^2} = - \sum_i \left[(\vec{k} \cdot \vec{v}_i)^2 + i \vec{k} \cdot \dot{\vec{v}}_i \right] e^{-i \vec{k} \cdot \vec{x}_i}$$

erhält man das zeitliche Verhalten der Dichteschwingungen S_k , woraus sich nach Einsetzen von $\dot{\vec{v}}_i$ aus Gl.(3.35) ergibt

$$\frac{d^2 S_k}{dt^2} = - \sum_i (\vec{k} \cdot \vec{v}_i)^2 e^{-i \vec{k} \cdot \vec{x}_i} - \sum_{\substack{k', i, j \\ k' \neq 0}} \left[4\pi e^2 / m k'^2 \right] \vec{k} \cdot \vec{k}' e^{i(\vec{k}-\vec{k}') \cdot \vec{x}_i} e^{-i \vec{k}' \cdot \vec{x}_j} \quad (3.39)$$

Diese Gleichung vereinfacht sich in der Random Phase Approximation (RPA) zu

$$\frac{d^2 S_k}{dt^2} = - \sum_i (\vec{k} \cdot \vec{v}_i)^2 e^{-i \vec{k} \cdot \vec{x}_i} - (4\pi e^2 / m) \sum_i e^{-i \vec{k} \cdot \vec{x}_i} \quad (3.40)$$

Man erhält diese Gleichung durch folgende Betrachtungen: Durch Aufspalten der Summe über k' in Gl.(3.39) erhält man einen von $\vec{x}_i$ unabhängigen Teil und einen Teil ($\vec{k}' = \vec{k}$) mit Phasenfaktoren $e^{i(\vec{k}-\vec{k}') \cdot \vec{x}_i}$ die von der Teilchenkoordinate $\vec{x}_i$ abhängen.

Durch Summation des 1.Teils über i ergibt sich die Gesamtzahl n der Teilchen im System, während sich die Terme im 2.Teil zu Null mitteln, aufgrund einer nahezu zufälligen Verteilung der großen Zahl von Teilchen. In erster Näherung lassen sich solche Terme vernachlässigen (RPA).

Gl. (3.40) besteht somit aus zwei Teilen, wobei der 1.Term herührt von der thermischen Bewegung der einzelnen Elektronen im Plasma und der 2. Term die Wechselwirkung der Teilchen untereinander beschreibt.

Man sieht leicht, daß der 1. Term im Vergleich zum zweiten im Grenzfall $\vec{k} \rightarrow 0$, d.h. Nichtberücksichtigung kurzreichweitiger Wechselwirkung, vernachlässigbar wird, man erhält dann für den langreichweitigen, kollektiven Anteil

Ladungshintergrund bzw. die räumliche Ladungsneutralität des Systems ⁷. Man kann dies leicht sehen, wenn man die Elektronenladungsdichte fourierentwickelt und beachtet, daß durch $\vec{k}=0$ die mittlere Elektronendichte beschrieben wird, welche genau durch den positiven Ladungshintergrund aufgehoben wird.

Durch das Auftreten der langreichweitigen Coulombpotentiale kommt es zu kollektiven Bewegungsabläufen im System die es nicht mehr gestatten Gl.(3.35) durch störungstheoretische Behandlung der Elektron-Elektron Wechselwirkung zu lösen.

Man versucht deshalb, das Vielteilchensystem aufgrund seines kollektiven Verhaltens zu charakterisieren und untersucht dazu die durch die Coulombwechselwirkung induzierten Dichtefluktuationen im System.

In der Punktteilchennäherung ist die Teilchendichte im Impulsraum

$$S_k = \int d\vec{x} S(\vec{x}) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}} = \sum_i e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}_i} \quad (3.36)$$

wobei $S(\vec{x}) = \sum_{i,k} e^{i\vec{k}\cdot(\vec{x}-\vec{x}_i)}$.

S_0 beschreibt die mittlere Elektronendichte, und S_k die Fluktuationen um die Gleichgewichtsdichte.

Damit läßt sich Gl.(3.35) umschreiben

$$\ddot{\vec{x}}_i = - \left(\frac{4\pi e^2 i}{m} \right) \sum_k \frac{\vec{k} S_k e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}_i}}{k^2} \quad (3.37)$$

Durch Differentiation von Gl.(3.36)

$$\dot{S}_k = -i \sum_i (\vec{k}\cdot\vec{v}_i) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}_i} \quad (3.38)$$

bzw.
$$\dot{\rho}_{k,\omega} + i\omega \rho_{k,\omega} = 0 \quad (3.46)$$

Der Punkt stellt die Zeit ableitung dar. Durch Differentiation von Gl.(3.43) erhält man

$$\dot{\rho}_{k,\omega} = -i \sum_i \left\{ \left[(\vec{E} \cdot \vec{v}_i) / (\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_i) \right] + i (\vec{E} \cdot \dot{\vec{v}}_i) / (\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_i)^2 \right\} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}_i} \quad (3.47)$$

und mit Gl.(3.35) für $\dot{\vec{v}}_i$ wird Gl.(3.46) dann zu

$$\dot{\rho}_{k,\omega} + i\omega \rho_{k,\omega} = i \sum_i e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}_i} - i \sum_{i,j} \frac{(\vec{E} \cdot \vec{E}') 4\pi e^2}{m k'^2 (\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_i)^2} e^{i(\vec{k}' - \vec{k}) \cdot \vec{x}_i} e^{-i\vec{k}' \cdot \vec{x}_j} \quad (3.48)$$

Analog zu den vorhergegangenen Betrachtungen vernachlässigt man in RPA die Terme mit $\vec{k}' \neq \vec{k}$ und erhält dann nach Vertauschen von i und j für die rechte Seite von Gl.(3.48)

$$i \sum_i e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}_i} - i \sum_{i,j} \frac{4\pi e^2}{m (\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_j)^2} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}_i} \quad (3.49)$$

Wenn die $\rho_{k,\omega}$ einer harmonischen Schwingung gehorchen sollen, muß dieser Ausdruck für beliebige $\vec{x}_i$ verschwinden. Dies geschieht aber genau dann wenn ω der folgenden Dispersionsgleichung genügt

$$1 = \frac{4\pi e^2}{m} \sum_j \frac{1}{(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_j)^2} \quad (3.50)$$

Ersetzen der Summe durch ein Integral und Reihenentwicklung des Nenners in Potenzen von $\vec{k} \cdot \vec{v}_j / \omega$ im Grenzfall kleiner k ergibt die genäherte Dispersionsgleichung

$$\omega^2 = \omega_p^2 + k^2 \langle v^2 \rangle_{Av} \quad (3.51)$$

Gleichung (3.51) entspricht dem aus makroskopischen Überlegungen hergeleiteten Ausdruck Gl.(3.13).

$$\frac{d^2 s_k}{dt^2} + \left(\frac{4\pi n e^2}{m} \right) s_k = 0 \quad (3.41)$$

bzw. $\ddot{s}_k + \omega_p^2 s_k = 0$.

Aus Gl.(3.41) ersieht man, daß die Elektronendichte, als Folge der Coulombwechselwirkung kollektive Schwingungen mit der Plasmafrequenz ω_p ausführt.

Berücksichtigt man jetzt allerdings wieder den Einteilchenaspekt, d.h. $\vec{k} \geq 0$, so ändert sich die Schwingungsfrequenz, wie man leicht aus Gl.(3.41) ersehen kann. Um zu prüfen, ob auch diese Bewegungen noch harmonische Oszillatorschwingungen sind, führt man (nach Ref.8) eine Funktion $q_{k,\omega}$ ein, die für diesen Fall proportional sein muß zu

$$q_{k,\omega} = \sum_i \frac{1}{\omega^2 - (\vec{k} \cdot \vec{v}_i)^2} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}_i} \quad (3.42)$$

und für $\vec{k} \rightarrow 0$ sich der Größe s_k annähert.

Um diesen Ansatz zu verifizieren ist es nützlich die Variable $\{k,\omega$ einzuführen

$$\{k,\omega = \sum_i \frac{1}{(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_i)} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}_i} \quad (3.43)$$

mit der sich die $q_{k,\omega}$ so darstellen lassen

$$q_{k,\omega} = \frac{1}{2} \left[(\{k,\omega - \{k,-\omega) / \omega \right] \quad (3.44)$$

Wenn man nun zeigen kann, daß die $\{k,\omega$ harmonische Oszillatorschwingungen ausführen, so gehorchen auch die $q_{k,\omega}$ der Oszillatorgleichung

$$\ddot{q}_{k,\omega} + \omega^2 q_{k,\omega} = 0 \quad (3.45)$$

$$\begin{aligned}
 m \frac{\partial}{\partial t} \vec{j}(\vec{r}, t) &= - \left(\frac{\partial P}{\partial n} \right)_{S=\text{const}} \vec{\nabla} n(\vec{r}, t) + n_0 \vec{F}(\vec{r}, t) \\
 &= - m c_s^2 \vec{\nabla} n(\vec{r}, t) + n_0 \vec{F}(\vec{r}, t)
 \end{aligned} \tag{3.53}$$

P ist der Druck, $\vec{F}$ die auf die Teilchen wirkende äußere Kraft und c_s die adiabatische Schallgeschwindigkeit. Der Zusammenhang zwischen dem Druck P und der Schallgeschwindigkeit c_s ist gegeben durch

$$\left(\frac{\partial P}{\partial n} \right)_{S=\text{const.}} = m c_s^2 \tag{3.54}$$

Dies ist gerechtfertigt, da ein zeitlich im Vergleich zur räumlichen Variation genügend rasch ablaufender Vorgang wie die Ausbreitung einer Schallwelle ein adiabatischer Prozess ist und somit die Wärmeleitung hier keine Rolle spielt.

Bildet man die Divergenz von Gl. (3.53) und verwendet die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} n(\vec{r}, t) + \text{div} \vec{j}(\vec{r}, t) = 0 \tag{3.55}$$

in der Form

$$- \frac{\partial^2}{\partial t^2} n(\vec{r}, t) = \vec{\nabla} \frac{\partial}{\partial t} \vec{j}(\vec{r}, t) \tag{3.56}$$

erhält man für Gl. (3.53)

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_s^2 \Delta \right) n(\vec{r}, t) = - \frac{n_0}{m} \vec{\nabla} \cdot \vec{F}(\vec{r}, t) \tag{3.57}$$

Gl. (3.57) ist eine inhomogene Wellengleichung und entspricht der Ausgangsgleichung bei der Diskussion des Mach-

3.1.3. Transporttheoretische Ableitung der Dielektrizitätsfunktion

Neben den im vorangegangenen Abschnitt dargelegten Überlegungen zur Herleitung der dielektrischen Funktion eines Elektronenplasmas aus der Maxwellschen Theorie dispersiver Medien, läßt sich mit dem gleichen Erfolg ein Verfahren angeben, das der Transporttheorie entlehnt ist ³⁶.

Die Verknüpfung der induzierten Polarisierung mit einer Änderung der Gleichgewichtsdichte im Medium führt zu einer partiellen Differentialgleichung, die die räumliche und zeitliche Variation der Dichten beschreibt, die sogenannte Eulergleichung.

$$m n_0 \left(\frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \right) \vec{v} = - \vec{\nabla} P(\vec{r}, t) + n_0 \vec{F}(\vec{r}, t) \quad (3.52)$$

Unter der Annahme langsamer räumlicher und zeitlicher Ausbreitung, entsprechend der Bedingung, daß die Stoßfrequenz zur Erzeugung der Störung immer groß ist im Vergleich zur kollektiven Schwingfrequenz läßt sich die Variation der induzierten Stromdichte durch die linearisierte Eulergleichung beschreiben, das heißt, es werden Terme 2. Ordnung in der Geschwindigkeit vernachlässigt, und man erhält:

$$m \frac{\partial}{\partial t} \vec{j}(\vec{r}, t) = - \vec{\nabla} P(\vec{r}, t) + n_0 \vec{F}(\vec{r}, t)$$

ein direkter Zusammenhang zwischen der dielektrischen Funktion $\epsilon(\vec{k}, \omega)$ und der Suszeptibilität $\chi(\vec{k}, \omega)$ herstellen.

Aus der Gleichung für die dielektrische Verschiebung $\vec{D}$ im Impulsraum

$$i\vec{k} \cdot \vec{D} = 4\pi \rho_k^{ext}(\omega) \quad (3.60)$$

erhält man nach Ersetzen der externen Ladungsdichte

$$i\vec{k} \cdot \vec{D} = 4\pi \rho_k^{ges} - 4\pi \rho_k^{ind}$$

beziehungsweise

$$i\epsilon \vec{k} \cdot \vec{E} = k^2 \phi_k^{ges} + 4\pi e n_k^{ind} \quad (3.61)$$

Erweiterung mit $1/i$ und Verwendung der Beziehung

$$\vec{k} \cdot \vec{E} = -ik^2 \phi_k^{ges} \quad (3.62)$$

folgt:

$$\begin{aligned} \epsilon \vec{k} \cdot \vec{E} &= -ik^2 \phi_k^{ges} - 4\pi i e n_k^{ind} \\ &= \vec{k} \cdot \vec{E} + 4\pi i e n_k^{ind} \end{aligned} \quad (3.63)$$

Hieraus erhält man für $\epsilon(\vec{k}, \omega)$:

$$\epsilon(\vec{k}, \omega) = \frac{\vec{k} \cdot \vec{E} - 4\pi i e n_k^{ind}}{\vec{k} \cdot \vec{E}}$$

schockphänomens in Kernmaterie nach Glassgold, Heckrotte und Watson ⁴². Ersetzt man in Gl. (3.57) die äußere Kraft $\vec{F}$ durch den entsprechenden Ausdruck des Potentials erhält man nach Fouriertransformation, im Impulsraum die Oszillatorgleichung

$$\left(\omega^2 + \omega_k^2 \right) n_k(\omega) = - \frac{n_0}{m} k^2 V_k(\omega) \quad (3.58)$$

wobei verwendet wurde $\omega_k = c_s \cdot k$.

Umformen der Gl. (3.58) führt

$$- \frac{n_k(\omega)}{V_k(\omega)} = \frac{(n_0/m) k^2}{\omega_k^2 - \omega^2} \quad (3.59)$$

Gl. (3.59) ist jedoch nichts anderes als das Verhältnis aus induzierter Störung und verursachender Kraft und ist definiert als die Suszeptibilität $\chi(\vec{k}, \omega)$

Diese Frequenz und Wellenzahlabhängige Größe bestimmt vollständig die Antwort des Systems auf die äußere Störung und läßt sich in einem direkten Zusammenhang mit der Polarisierung $\vec{P}$ des Mediums bringen. Im Spezialfall eines einatomigen Elektronengases mit elastisch um die Ruhelagen gebundenen Elektronen und die Polarisation $\vec{P}$ durch die Summe der Dipolmomente der Einzelteilchen nach Gl. (3.4) gegeben:

$$\vec{P} = \frac{e^2}{m} \sum_i \frac{f_i}{\omega_i^2 - \omega^2 - i g \omega} \vec{E} \quad (3.4)$$

Über die Maxwellgleichungen im dispersiven Medium läßt sich dann

4. Die Reaktion eines Elektronenplasmas auf äußere Störungen

4.1. Kollektive und Einteilchenanregungen

Betrachtet man im folgenden die Reaktion eines Elektronenplasmas im Festkörper auf eine äußere Störung, in Form eines sich bewegenden Projektils der Ladung Ze , so wird sich die Reaktion des Plasmas in Form von Dichtefluktuationen im allgemeinen in zwei Komponenten manifestieren.

Zum einen kommt es aufgrund großer Impulsüberträge zur Einzelteilchenanregung von Elektronen, zum anderen kann das System als Gesamtheit reagieren, also kollektiv.

Die beiden Reaktionsmöglichkeiten entsprechen einer effektiven Aufspaltung der Coulombwechselwirkung in einen lang- und kurzreichweitigen Anteil, mit der Debye- oder Thomas-Fermi Abschirmlänge als ungefähre kritische Aufspaltdistanz

$$\lambda_D^2 \approx \lambda_{TF}^2 = \frac{1}{3} \frac{v_F^2}{\omega_p^2} \quad (4.1)$$

Für Wellenlängen, die groß sind im Vergleich zur Debyelänge existiert eine eindeutige Unterscheidbarkeit zwischen Plasmonenanregung mit der Frequenz ω_p und der Anregung einzelner Elektronen. Aufgrund der, im Vergleich zur Einzelanregung von Elektronen, großen Energie der Plasmonen, stellen sie den dominanten Anregungsmodus dar.

Im Bereich kleiner Wellenlängen, $\lambda < \lambda_D$, verschwindet der Plasmonmodus und es kommt zur direkten Anregung einzelner Elektronen.

$$\begin{aligned}
 \varepsilon(\vec{k}, \omega) &= 1 - \frac{4\pi i e n_k^{ind}}{\vec{k} \cdot \vec{E}} \\
 &= 1 + \frac{4\pi e n_k^{ind}}{k^2 \phi_k^{ges}} \\
 &= 1 + \frac{4\pi e^2}{k^2} \frac{n_k}{V_k}
 \end{aligned} \tag{3.64}$$

wobei

$$n_k = n_k^{ind} \quad \text{und} \quad V_k = -e\phi_k$$

Man erhält für ein quasineutrales System

$$\varepsilon(\vec{k}, \omega) = 1 - \frac{4\pi e^2}{k^2} \chi(\vec{k}, \omega) \tag{3.65}$$

Durch Einsetzen von Gl. (3.59) für $\chi(\vec{k}, \omega)$ ergibt sich

$$\varepsilon(\vec{k}, \omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{c_s^2 k^2 - \omega^2} \tag{3.66}$$

Bis auf die Größe c_s^2 ist Gl. (3.66) identisch mit der klassischen dielektrischen Funktion aus Gleichung (3.12). Eine ähnliche Ableitung wurde schon 1933 von Bloch⁴³ im Rahmen der Berechnung des Bremsvermögens von Materie bezüglich geladener Teilchen angegeben.

4.2. Herleitung der kritischen Wellenzahl k_c

Betrachtet man die Abhängigkeit der Anregungsenergie $\hbar\omega$ vom Wellenvektor $\vec{k}$ für den Übergang eines Elektrons in einen angeregten Zustand, erhält man für die Impulsbilanz

$$\hbar(\vec{k} + \vec{k}_{e-}) = \hbar k'_{e-}$$

$\hbar k_{e-}$ ist der mittlere Impuls eines Elektrons im Plasma.

Die übertragene Energie pro Stoß ist demzufolge

$$\begin{aligned} \hbar\omega &= \frac{\hbar^2}{2m} (k'^2_{e-} - k^2_{e-}) \\ &= \frac{\hbar^2}{m} (\vec{k}_{e-} \cdot \vec{k} + \frac{1}{2} k^2) \end{aligned} \quad (4.2)$$

Der maximal mögliche Impuls eines Elektrons im Fermigas ist jedoch

$P_F = \hbar k_F$, womit sich für die maximal mögliche Anregungsenergie für ein Elektron ergibt

$$\hbar\omega_{\max} = \frac{\hbar^2}{m} (k_F k + \frac{1}{2} k^2) \quad (4.3)$$

Aufgrund der langreichweitigen Coulombwechselwirkung und der extrem hohen Teilchendichten in Festkörperelektronenplasmen, wird es im Grenzfall langer Wellenlängen ($k \lesssim k_c$) überwiegend zur Anregung der kollektiven Komponente in Form von Plasmonen der Energie

$\approx \hbar\omega_p$ kommen⁷. Oberhalb dieses Wertes im Bereich $\hbar\omega_p \approx \hbar\omega_{\max}$ ist die Einzelanregung der dominante Modus.

Unter Vernachlässigung quadratischer Terme in k erhält man aus Gl. (4.3)

Im Falle eines freien Elektronengases hoher Teilchendichte, was für die meisten Festkörper Gültigkeit besitzt, manifestiert sich die Reaktion des Elektronenplasmas, aufgrund der langreichweitigen Coulombwechselwirkung, hauptsächlich in kollektiven Anregungen, beziehungsweise in der Erzeugung von Plasmonen der Energie $\hbar \omega_p$. Der abgeschirmte kurzreichweitige Anteil in der Coulombwechselwirkung ($\lambda < \lambda_D$) wird dabei als kleine Störung behandelt ⁷.

Die Ermittlung der genauen kritischen Wellenlänge $\lambda_c \approx \lambda_D$ bzw. der kritischen Wellenzahl k_c , bis zu der das Plasmon als wohldefinierter Anregungszustand existiert, läßt sich experimentell und theoretisch durchführen.

Neben einer phänomenologischen Betrachtung über den maximal möglichen Impulsübertrag, der noch zur Anregung eines wohldefinierten Plasmonenzustandes führt, wird im folgenden eine exakte Ableitung der kritischen Wellenzahl, aus der in Kapitel 3.1 abgeleiteten Dispersionsrelation für freie Elektronen, Gl. (3.30), diskutiert ⁴.

In Abhängigkeit von den berücksichtigten Wechselwirkungstermen im Hamiltonoperator des Elektronenplasmas, gibt es eine Reihe von unterschiedlichen Werten für k_c die auf verschiedene Autoren zurückgehen. ^{7, 41, 35, 44}

Die nach Ferrell ⁴¹ ermittelten k_c Werte haben dabei den Vorteil mit den experimentellen Daten für einige einfache Metalle am besten übereinzustimmen. Ein kurzer Abriß des experimentellen Verfahrens zur Bestimmung der kritischen Wellenzahl nach Watanabe ⁴⁵ wird in Kapitel 4.3 gegeben.

Zur genauen Bestimmung der kritischen Wellenzahl geht man von der in Kapitel 3.1 abgeleiteten dielektrischen Funktion Gl.(3.27) aus, in der Form

$$1 = \frac{\omega_p^2}{n \sum_i (\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_i)^2 - \frac{\hbar^2 k^4}{4m^2}} \quad (4.6)$$

wobei v_i die mittlere Geschwindigkeit der Elektronen im Plasma ist. Ausmultiplizieren und Umformen von Gl.(4.6) führt zu

$$1 = \frac{\hbar^2 \omega_p^2}{n} \sum_i \left(\frac{m/\hbar^2 k^2}{\hbar \omega - \hbar \vec{k} \cdot \vec{v}_i - \frac{\hbar^2 k^2}{2m}} - \frac{m/\hbar^2 k^2}{\hbar \omega - \hbar \vec{k} \cdot \vec{v}_i + \frac{\hbar^2 k^2}{2m}} \right) \quad (4.7)$$

Substituiert man $\vec{v}_i$ durch $\vec{u}_i v_F$, wobei $\vec{u}_i$ die Komponente der Elektronengeschwindigkeit in k -Richtung ist, und k durch βk_F , erhält man

$$1 = \frac{m \omega_p^2}{n k^2} \sum_i \left(\frac{1}{\hbar \omega - \hbar k_F \beta u_i v_F - \frac{\hbar^2 \beta^2 k_F^2}{2m}} - \frac{1}{\hbar \omega - \hbar k_F \beta u_i v_F + \frac{\hbar^2 \beta^2 k_F^2}{2m}} \right) \quad (4.8)$$

k_F und v_F sind Fermiwellenzahl und Fermigeschwindigkeit.

Nach Umformung von Gl.(4.2), unter Verwendung der Beziehung

$$k = \beta k_F = \frac{2\beta E_F}{\hbar v_F} \quad (4.9)$$

und Ersetzen von $\hbar \omega$ durch: $\hbar \omega = \Delta E = (2\beta + \beta^2) E_F$ und $\hbar k_F$ durch $\hbar k_F = p_F = 2E_F/v_F$, erhält man aus Gl.(4.8)

$$1 = \frac{m \omega_p^2}{k^2 n} \sum_i \left(\frac{1}{(2\beta + \beta^2) E_F - \hbar \beta k_F u_i v_F - \frac{\hbar^2 \beta^2 k_F^2}{2m}} - \frac{1}{(2\beta + \beta^2) E_F - \hbar k_F \beta u_i v_F + \frac{\hbar^2 \beta^2 k_F^2}{2m}} \right) \quad (4.10)$$

$$\hbar\omega_{\max} \approx \hbar\omega_p = \frac{\hbar^2}{m} k_F k_c \quad (4.4)$$

und für die kritische Wellenzahl k_c

$$k_c \approx \frac{\omega_p m}{\hbar k_F} \approx \frac{\omega_p}{v_F} \quad (4.5)$$

Diese recht grobe Abschätzung läßt sich graphisch am Beispiel Aluminium in folgender Weise darstellen z.B. 47.

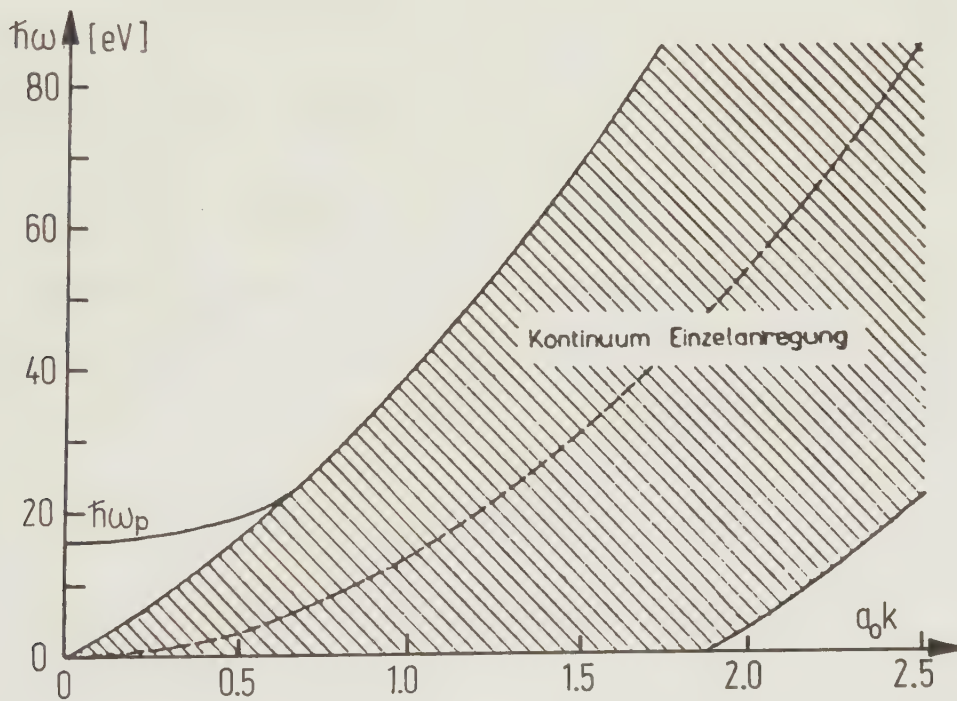


Fig. 3: Anregungsenergie $\hbar\omega$ als Funktion der reziproken Wellenlänge für das Elektronenplasma in Al

Ab einem kritischen Wert $k_c \approx 0.7$ kommt es für Aluminium zur Dominanz der Einzelanregung beziehungsweise zur vollständigen Dämpfung des Plasmonmodes.

Aufgelöst nach r_s erhält man

$$r_s = 6.02 \beta^2 [(2+\beta) \ln(1 + 2/\beta) - 2]^{-1} \quad (4.18)$$

Die Variable r_s , als Abstand der Teilchen im Elektronenplasma, ist als Funktion der Teilchendichte n

$$r_s = \left(\frac{3}{4\pi n} \right)^{1/3} \quad (4.19)$$

Die einfache Auswertung dieser Relation ergibt eine allgemeingültige Darstellung der Variablen β - und damit der kritischen Wellenzahl k_c - als Funktion des Teilchenabstandes r_s , was in der folgenden Figur neben den Ergebnissen anderer Autoren und experimentellen Werten aufgetragen ist.

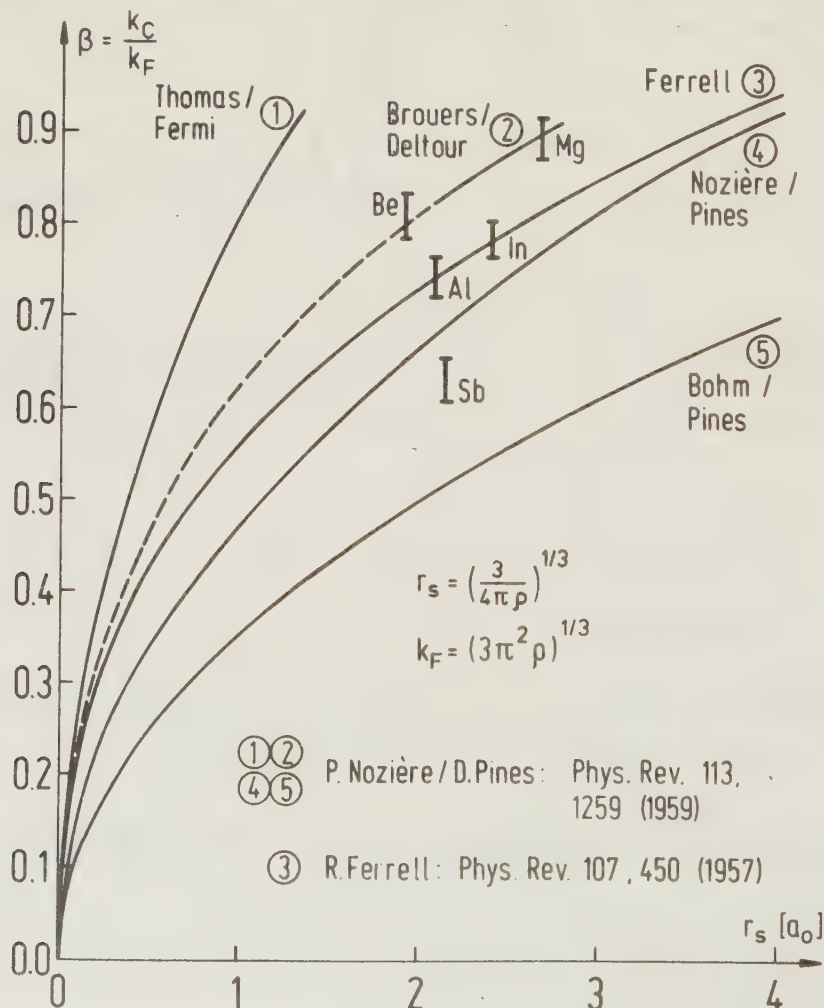


Fig.4 :

Die Parameter für die kritische Wellenzahl $\beta = k_c/k_F$ als Funktion der Teilchendichte $r_s = (3/4\pi n)^{1/3}$ nach verschiedenen Autoren.

$$1 = \frac{m\omega_p^2}{\beta^2 k_F^2 n} \sum_i \left(\frac{1}{2\beta E_F + \beta^2 E_F - 2\beta E_F u_i - \beta^2 E_F} - \frac{1}{2\beta E_F + \beta^2 E_F - 2\beta E_F u_i + \beta^2 E_F} \right) \quad (4.11)$$

$$= \frac{m\omega_p^2}{\beta^2 k_F^2 n} \frac{1}{2\beta E_F} \sum_i \left(\frac{1}{1-u_i} - \frac{1}{1+\beta-u_i} \right) \quad (4.12)$$

$$= \left(\frac{\hbar\omega_p}{E_F} \right)^2 \frac{1}{4n\beta^3} \sum_i \left(\frac{1}{1-u_i} - \frac{1}{1-u_i+\beta} \right) \quad (4.13)$$

Schreibt man abkürzend

$$r^{-2} = \left(\frac{\hbar\omega_p}{E_F} \right)^2 = .89 r_s \quad (4.14)$$

- wobei man für ein freies Elektronengas schreiben kann ⁴¹

$$E_F = 49.9 \text{ eV}/r_s^2, \quad \hbar\omega_p = 47.1 \text{ eV}/r_s^{3/2} \quad (4.15)$$

- und Ersetzen der Summation durch ein Integral ergibt

$$1 = \frac{3}{16r^2\beta^3} \int_{-1}^{+1} \left(\frac{1}{1-u} - \frac{1}{1-u+\beta} \right) (1-u^2) du \quad (4.16)$$

$$= \frac{3}{16r^2\beta^2} \left[(2+\beta) \ln(1+2/\beta) - 2 \right] \quad (4.17)$$

Wert für k_c nach Ref.32 verwendet, und für alle anderen Targets (C,U) k_c -Werte nach Ferrell (Ref.41).

Die in den darauffolgenden Jahren von einer Vielzahl von Autoren mit unterschiedlichsten Meßanordnungen durchgeführte Messungen werden in Ref. 40 ausführlich erläutert. Wir stützen uns im Rahmen dieser Arbeit bei Vergleichen zwischen den theoretischen und experimentellen Resultaten hauptsächlich auf die Experimente von Watanabe ⁴⁵. In diesen Messungen werden die Energieverluste monochromatisierter Elektronen im Festkörpertarget als Funktion des Streuwinkels bestimmt.

Da die Elektronen dabei mit erheblicher Winkelspreizung in die Zylinderlinse des Analysators eintreten und die Geschwindigkeitskomponenten in Primärstrahlrichtung mit zunehmendem Streuwinkel kleiner werden, sind die Linien gleicher Energieverluste schwach gekrümmte Kreisbögen, was im folgenden E- ϑ -Diagramm ⁴⁸ dargestellt ist.

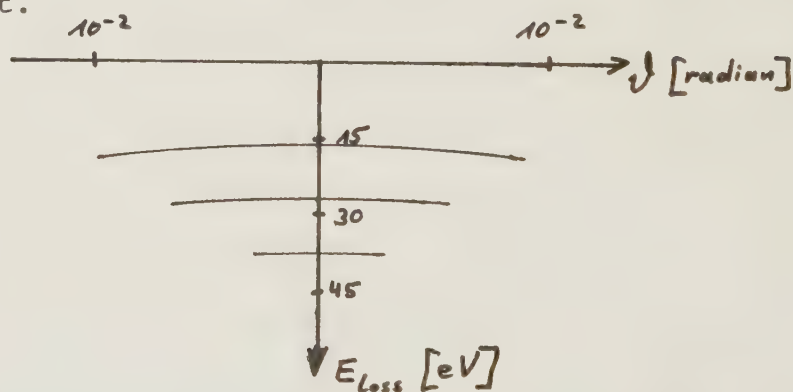


Fig. 6 : Der Streuwinkel ϑ als Funktion des Energieverlustes in Aluminium nach Pines (Ref. 10)

Am Beispiel der Streuung an Aluminium zeigt das Spektrum der Elektronen bei sehr kleinen Streuwinkeln scharfe Linien bei

4.3. Experimentelle Bestimmung der kritischen Wellenzahl k_c

Die experimentelle Bestimmung von k_c beruht im wesentlichen auf den Arbeiten zur Bestimmung charakteristischen Energieverlustspektren in dünnen Festkörperschichten, wie sie in den 50-er Jahren von Ruthemann und Lang durchgeführt wurden ⁴⁶.

Abb. 5 zeigt experimentelle Energieverlustspektren für an dünnen Metallschichten reflektierten Elektronen für Aluminium und Magnesium nach Raether ⁴⁹.

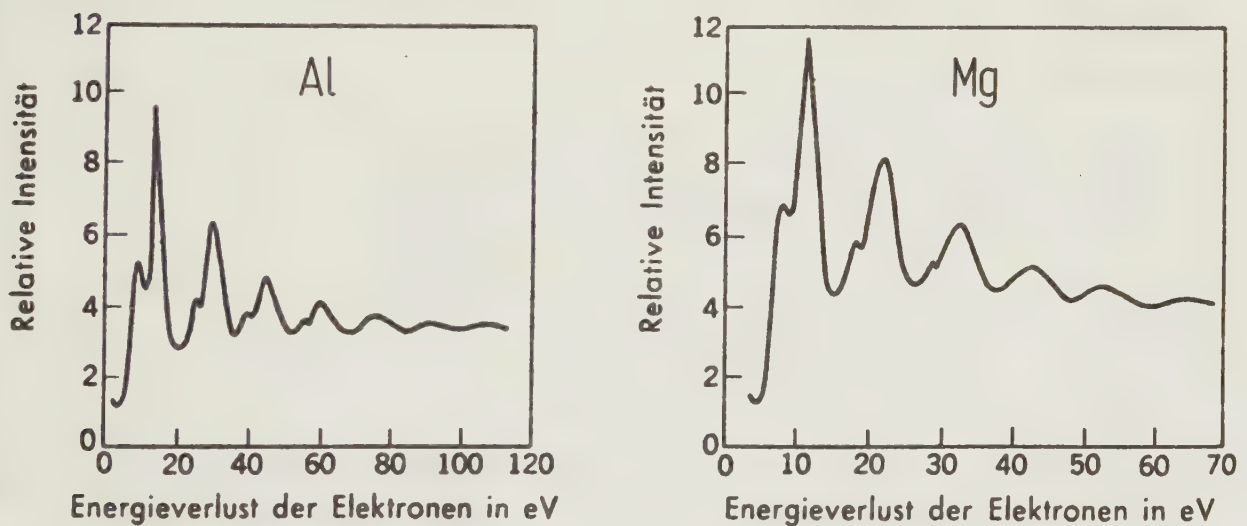


Fig.5 : Energieverlustspektren für an dünnen Metallschichten reflektierte Elektronen, für Magnesium und Aluminium. Die Primärenergie der Elektronen betrug 2020 eV. (nach C.J.Powell, J.B.Swan, Phys.Rev.115,869,1959)

Im Rahmen dieser Arbeit wird für Aluminium der experimentelle

und der Fermigeschwindigkeit v_F der Elektronen des Plasmas, nochmals in zwei Bereiche aufspalten

$$v_0 \lesssim v_F \quad \text{bzw.} \quad v_0 > v_F \quad (4.21)$$

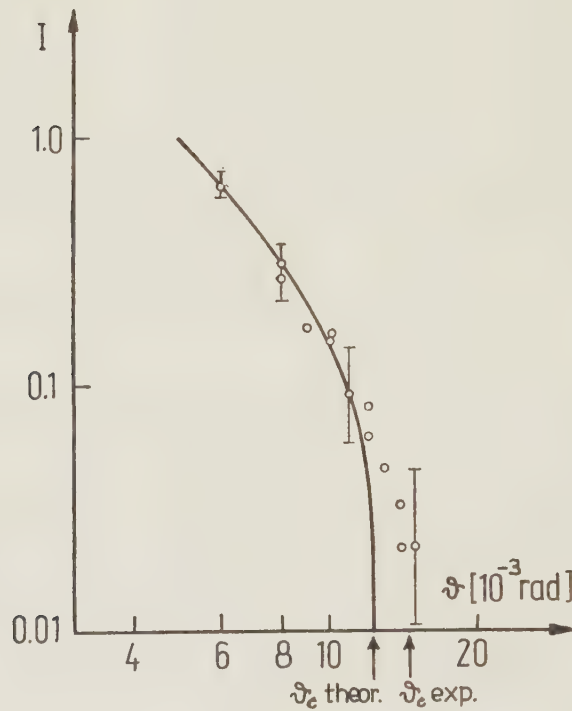


Fig. 7 : Intensität des 15 eV - Energieverlustes in Al, in der Nähe des cut-off Winkels.

Im Fall einer Projektilgeschwindigkeit $v_0 < v_F$ reagiert das Plasma derart, daß nach Erreichen eines stabilen Zustandes das Projektil innerhalb der Debye-Länge λ_D abgeschirmt ist, d.h. es kommt zur dynamischen Abschirmung der Projektilladung. Für Geschwindigkeiten $v_0 > v_F$ hingegen kommt es neben der dynamischen Abschirmung zur Anregung kollektiver Schwingungsmoden, die sich hinter der Störladung ausbreiten.

6.5 eV, 15 eV und 30 eV, wobei der 15 eV-Verlust stark gekrümmt ist und mit zunehmendem Streuwinkel ϑ im Untergrund verschwindet. Der Wert des Streuwinkels für den der 15 eV - Verlust nicht mehr zu extrahieren ist, bestimmt über die Relation

$$\vartheta_c = \frac{\hbar k_c}{\Delta p} \quad (4.20)$$

die kritische Wellenzahl k_c . Δp ist der bei der Streuung übertragene Impuls.

Die Interpretation der gekrümmten Linien als kollektive Energieverluste geschieht über einen Vergleich der Dispersionsrelation Gl.(3.30) und Gl.(4.20). Ersetzen der k -Abhängigkeit in Gl.(3.30) durch eine Winkelabhängigkeit führt zu einem Ausdruck der Variation von ω mit dem Winkel ϑ beschreibt und identisch ist mit der Gleichung für eine Hyperbel⁴⁸. Von Watanabe durchgeführte Messungen der Kurvenkrümmung sind dabei in guter Übereinstimmung mit den theoretischen Vorhersagen.

Im Gegensatz dazu zeigt der Vergleich der theoretischen und experimentellen Werte für k_c Abweichungen um bis zu 50%. Dabei sind die experimentellen Werte i.a. größer als die theoretischen. Dies ist so zu erklären, daß in der Nähe der kritischen Wellenzahl schon starke Einzelanregungen auftreten (s.Fig.3), und damit in der Energieverlustfunktion einen Plasmon-peak vortäuschen, obwohl eine wohldefinierte Plasmonenanregung nicht mehr existiert⁴⁸.

Beschränken wir uns nun im Grenzfall langer Wellenlängen auf den kollektiven Anregungsmechanismus so läßt sich diese Komponente, als Funktion der Einschußgeschwindigkeit v_o , der Störladung Ze

5. Schallwellen und Schockwellen

5.1. Schallwellen und Schockwellen als kollektive Antwort eines Systems auf äußere Störungen

Als Folge äußerer Störungen kann es in Vielteilchensystemen, wie Gasen, Flüssigkeiten oder Plasmen zu kollektiver Reaktion des Systems als Gesamtheit kommen, die i.a. von Dichte- und Druckschwankungen im Medium begleitet wird ⁵⁶.

Diese induzierten Schwingungen werden nach der Größe ihrer Amplituden als Schallwellen oder Schockwellen (Stoßwellen) klassifiziert.

Alternierende Dichteschwankungen mit kleinen Amplituden ($\rho \ll \rho_0$) werden als Schallwellen bezeichnet, deren Geschwindigkeiten c_s nur von der Dichte und Temperatur des Mediums abhängen und dort konstant ist. ρ ist die Änderung der Dichte in der Schallwelle im Vergleich zur Gleichgewichtsdichte ρ_0 .

Bewegt sich die äußere Störung in Form eines Projektils mit der Geschwindigkeit $v_0 \gg c_s$ durch das Medium, kommt es, analog Fig. 8, zu einer Seitwärtsbewegung der induzierten Schallwellen, deren Ausbreitungsrichtung bzgl. des Projektilweges durch die Machrelation gegeben wird

$$\sin \varphi = \frac{c_s}{v_0} \quad (5.1a)$$

φ ist dabei der Winkel zwischen Projektilweg und dem einhüllenden Kegelmantel. Dieses Verhalten ist charakteristisch für jede Überschallbewegung in einem Medium; Fig.9 zeigt die Überschallbewe-

Es kommt zur Anregung eines dem Projektil folgenden "wake", worunter Gebiete alternierender erhöhter und erniedrigter Teilchendichten, relativ zur Gleichgewichtsdichte ϱ_0 der Elektronen zu verstehen sind.

Als Kriterium für die dominante Anregung von dem Projektil folgenden "wakes" wird von Bohm und Pines ⁴ die Relation

$$v_0^2 \geq \frac{4}{3} v_F^2 \quad (4.22)$$

angegeben, wobei für Elektronenplasmen gilt $v_F = \sqrt{3} c_s$ ⁴⁷.

In Abb. 8 werden beide Fälle qualitativ, graphisch verdeutlicht.

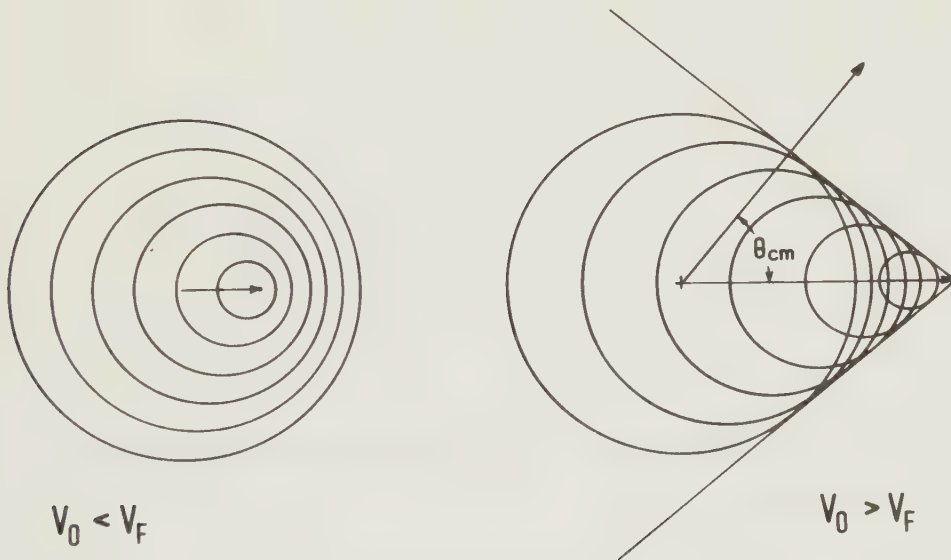


Fig. 8 : Qualitative Darstellung der Reaktion eines Mediums auf eine Störung mit einer Geschwindigkeit größer ($v_0 > v_F$) und kleiner ($v_0 < v_F$) als die statistische Teilchengeschwindigkeit im Medium (nach Ref.33).

der dichteabhängigen Geschwindigkeit $v_s(\rho) < v_0$, wobei der Öffnungswinkel des Schockkegels gleichfalls über die Machrelation gegeben ist

$$\sin \varphi = \frac{v_s}{v_0} \quad (5.1b)$$

Die Geschwindigkeit der Machschockwelle ist hier v_s . In endlichen Systemen kann dieser massive Materiefluß in der Schockwelle zur Emission von Teilchen führen - nach der abgewandelten Beziehung in Gl. (5.1)

$$\cos \theta_{em} = \frac{v_s}{v_0} \quad (5.2)$$

wobei θ_{em} , der Emissionswinkel senkrecht zur Ausbreitung der Schockfront, gegeben ist zu

$$\theta_{em} = \pi - \varphi \quad (5.3)$$

Der Winkel θ_{em} hängt nach Gl.(5.3) direkt von der Geschwindigkeit v_0 des Projektils ab und wird größer mit ansteigender Projektilgeschwindigkeit. Weitere Indizien für die Existenz von Machschockwellen sind die Abhängigkeit des Winkels θ_{em} von der Dichte, über die Schockgeschwindigkeit $v_s(\rho)$, sowie die Unabhängigkeit des Emissionswinkels von der Größe bzw. Ladung des Störteilchens.

Im nächsten Kapitel betrachten wir als Beispiel die Ausbreitung von Machschockwellen in Kernmaterie⁶² und die damit gekoppelte Emission von Teilchen aus der Verdichtungszone, die zur experimentellen Verifikation des Machschockphänomens führte.

gung eines Kreiszylinders in einem dünnen Medium ⁵⁷.

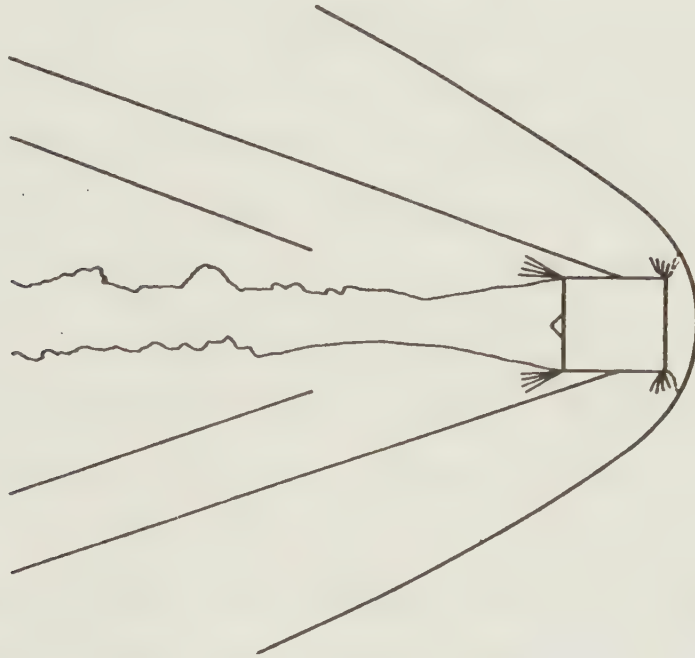


Fig. 9 : Bewegung eines Kreiszylinders mit abgeflachter Frontfläche in Luft (nach Ref.57).

Im Gegensatz zu Schallwellen kommt es bei Schockwellen zu Dichteschwankungen großer Amplitude ($\rho/\rho_0 \gg 1$), wobei die Geschwindigkeit der Schockwelle $v_s(\rho)$ dabei stark amplitudenabhängig ist.

Die Reaktion des Vielteilchensystems auf eine sich mit Überschallgeschwindigkeit bewegend massive äußere Störung ist analog zur Anregung von Schallwellen. Die induzierten Schockwellen ($\rho/\rho_0 \gg 1$) laufen seitwärts vom Projektillweg nach außen, mit

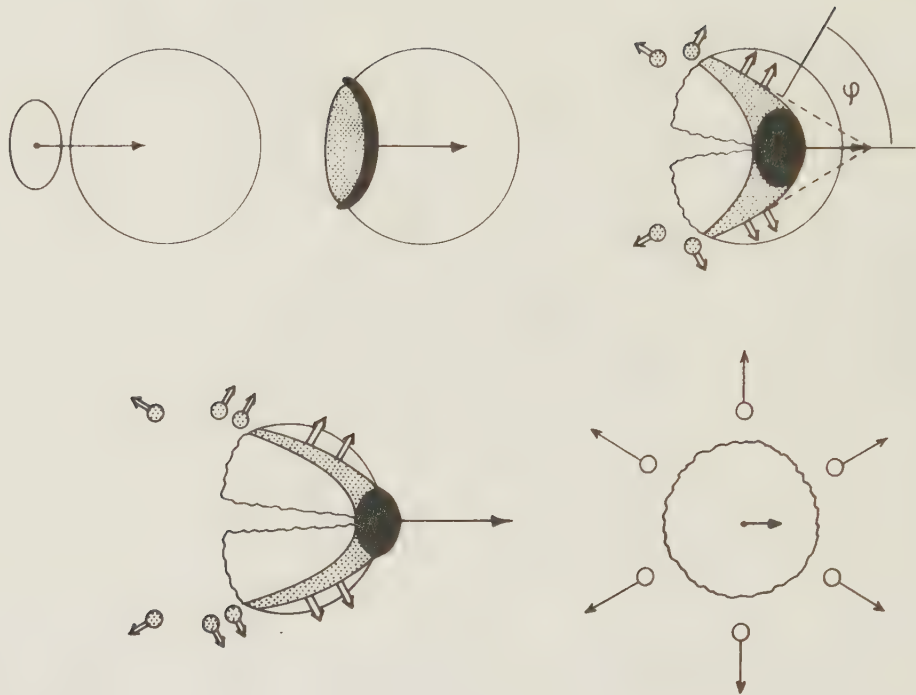


Fig. 10 : Der schematische Ablauf des zentralen Stoßes eines leichten Projektilkerns mit einem schweren Targetkern. Die sich in Richtung ϑ bewegende Kompressionswelle ist gepunktet gezeichnet.

Dreidimensionale Rechnungen für das System Ne - U bei $E_{\text{lab}} = 400 \text{ MeV/N}$ und Stoßparameter $b=0$ sind in Fig. 11 in Form eines Höhenlinienbildes dargestellt. Die einzelnen Teilgraphen entsprechen Momentaufnahmen zu verschiedenen Reaktionszeiten t [fm/c].

5.2 Schockwellen in Kernmaterie

Untersuchungen zur Zustandsgleichung der Kernmaterie bei hohen Dichten, Temperaturen und Drucken führten zur Entwicklung des Modells von Schockwellen in Kernmaterie, die als ein Mechanismus erachtet wurden, hochangeregte Zustände der Kernmaterie zu realisieren ⁶¹.

Kompressions- und Hitzewellen laufen in Form eines Machschocks durch das Targetmaterial und erlauben somit Transportphänomene in Kernmaterie zu untersuchen.

Die Pionierarbeiten auf diesem Gebiet wurden in der Schule um W. Greiner in Frankfurt durchgeführt. Die schematische Darstellung für den Stoß eines leichten Projektilkerns ($v_0 \gg c_s$) in ein schweres Target, mit seitwärts nach außen laufender Machschockwelle ist in Abb. 10 gezeigt ⁶².

Erste Experimente zur Detektion von Machschockwellen in relativistischen Kern-Kern Stößen wurden 1975 von E. Schopper und Mitarbeitern in Frankfurt veröffentlicht ⁶².

Durch Beobachtung azimuthal symmetrischer Seitwärtsemission von Materie in AgCl - Platten, mit Energien kleiner als die Projektilenergie, konnte erstmals eindeutig die Ausbildung von Machschockwellen in Kernmaterie nachgewiesen werden.

Im letzten Jahr durchgeführte volle hydrodynamische Rechnungen zu relativistischen Kern-Kern Stößen zeigen auch hier ganz deutlich die Ausbildung von Schockprofilen ⁶³.

Für Protonen von $E_p \approx 50$ MeV liegen beide Maxima bei $\Theta_{em} \approx 60^\circ$ und für $E_p \approx 100$ MeV in der Gegend von 50° .

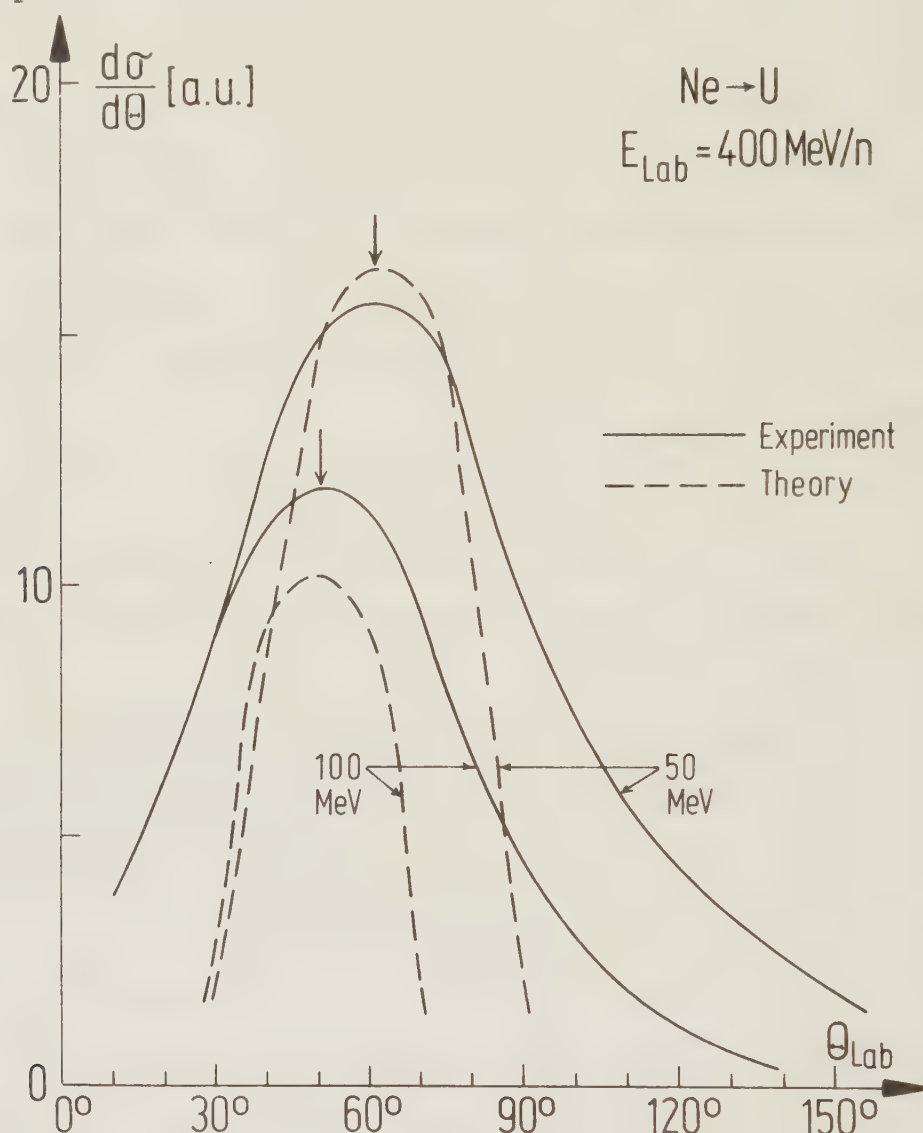


Fig. 12 : Vergleich der experimentellen und theoretischen Winkelverteilungen für den Stoß Ne - U bei $E_{lab} = 400 \text{ MeV/N}$ (nach Ref. 63) .

Die charakteristischen Merkmale für das Auftreten von Machschockwellen, wie die Energieabhängigkeit des Emissionswinkels und die Unabhängigkeit des Winkels Θ_{em} vom verwendeten Projektil konnten experimentell voll bestätigt werden.

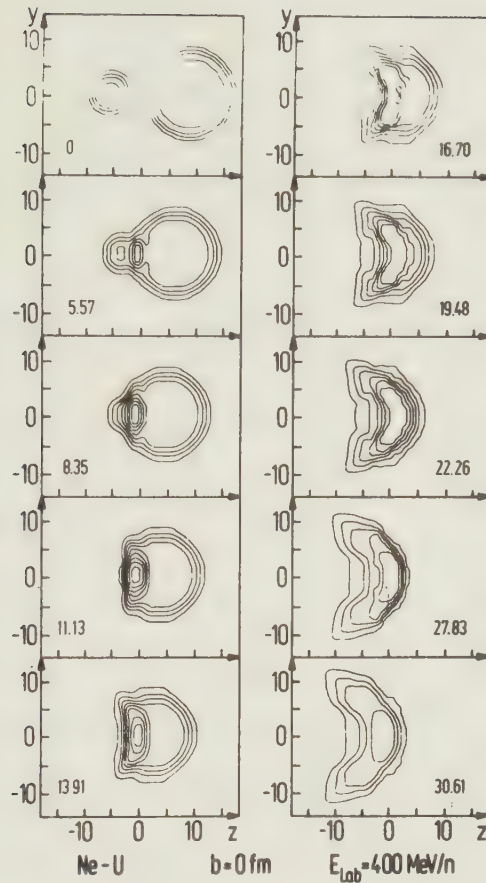


Fig. 11 : Dichtekonturbilder für den Stoß Ne - U bei Stoßparameter $b=0$ und $E_{\text{lab}} = 400 \text{ MeV/N}$, aus dreidimensionalen hydrodynamischen Rechnungen [nach Ref. 63] .

Eindeutig ist die Ausbildung von Kegelstrukturen, nach dem Eindringen des Projektils in den Targetkern, zu erkennen. Die zugehörigen Winkelverteilungen der emittierten Materie, selektiert nach Protonen der Energien 50 MeV und 100 MeV sind in Fig 12 im Vergleich zu einem Experiment der GSI - Marburg - Berkeley Kollaboration von 1979 dargestellt.

Die experimentellen Verteilungen (durchgezogene Linien) sind aufgrund der thermischen Ausschmierung breiter als die theoretischen Kurven, zeigen aber die gleiche Lage der Maxima.

6.1. Ableitung des externen Polarisationspotentials ϕ und der induzierten Dichte ρ_{ind}

Zur Diskussion der von einer sich bewegenden äußeren Ladung Ze im Elektronenplasma induzierten Polarisationsladung geht man aus von der Gauß'schen Gleichung in der Elektrodynamik

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 4\pi \rho_{\text{ext}} \quad (6.1)$$

die im Impulsraum lautet

$$i\vec{k} \cdot \vec{D} = i\vec{k} \epsilon \vec{E} = 4\pi \rho_{\text{ext}}(\vec{k}, \omega) \quad (6.2)$$

Aufspalten in Komponenten parallel und senkrecht zum Wellenvektor $\vec{k}$ führt zur Gleichung für die longitudinale Komponente

$$i\vec{k} \epsilon_{\parallel} \vec{E} = 4\pi \rho_{\text{ext}}(\vec{k}, \omega) \quad (6.3)$$

In Coulombbeziehung läßt sich das Longitudinalfeld direkt aus dem skalaren Potential deduzieren

$$-i\vec{k} \phi = \vec{E} \quad (6.4)$$

und für Gl. (6.3) folgt

$$k^2 \epsilon_{\parallel} \phi = 4\pi \rho_{\text{ext}}(\vec{k}, \omega) \quad (6.5)$$

Ersetzt man die sich bewegende Ladungsdichte ρ_{ext} in Gl. (6.5) durch den Ausdruck im Impulsraum

$$\rho_{\text{ext}}(\vec{k}, \omega) = \frac{Ze}{(2\pi)^3} \delta(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_0) \quad (6.6)$$

löst nach ϕ auf und transformiert den Gesamtausdruck zurück in den Ortsraum

6. Machschockeffekte im Elektronenplasma

In diesem Kapitel wird die kollektive Reaktion eines Elektronenplasmas auf eine sich mit der Geschwindigkeit $v_0 > v_F$ bewegenden äußeren Störladung Ze diskutiert. Die sich hinter dem Projektil ausbildenden Dichtefluktuationen um die Gleichgewichtsdichte im Plasma, der sogenannte "wake" - Effekt, werden im Zusammenhang mit der Polarisierung des Mediums im Rahmen der klassischen Elektrodynamik untersucht.

Es zeigt sich, daß das Wakepotential, resp. die induzierten Polarisationsdichten im Elektronenplasma mit der Existenz von Machschockwellen, wie sie im vorangegangenen Kapitel diskutiert wurden zu erklären ist.

Im folgenden behandeln wir die Ableitung des effektiven Polarisationspotentials ϕ , sowie der im System induzierten Dichteschwankungen ρ_{ind} , und zeigen, daß deren Verhalten im Einklang steht mit der Erzeugung von Elektronenschockwellen⁵⁰.

Die Herleitung der dabei induzierten Stromdichten $\vec{j}_{ind}$ erlaubt uns dann die Bestimmung der Energie- und Winkelverteilungen der emittierten Schockelektronen, die die Machrelation $\cos \theta_m = v_s/v_0$ erfüllen.

Integrationsvariablen zusammen über

$$K^2 = k^2 + \frac{\omega^2}{v_0^2} \quad (6.13)$$

Man wählt das Zylinderkoordinatensystem derart, daß die y-Achse identisch mit der Schnittfläche ist, was zur Folge hat, daß die y - Komponente verschwindet.

Unter Verwendung der in Kapitel 3 abgeleiteten dielektrischen Funktion Gl. (3.12)

$$\epsilon_{11}(\vec{k}, \omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\beta^2 k^2 - \omega^2} \quad (6.14)$$

läßt sich die Integration über ω in Gl. (6.11) analytisch ausführen.

Schließt man den Integrationsweg in der unteren komplexen Ebene, so erhält man einen nur noch von k abhängigen Ausdruck für das Potential hinter dem Projektil (s. Anhang A).

$$\phi(r, \bar{z}) = \phi_1(r, \bar{z}) + \phi_2(r, \bar{z}) \quad (6.15)$$

mit

$$\phi_1(r, \bar{z}) = \frac{2ze\bar{v}}{\omega_p} \int_0^\infty k dk J_0(kr) \frac{\sin\left(\frac{\bar{z}}{\bar{v}} \sqrt{\omega_p^2 + \beta^2 k^2}\right)}{\sqrt{1 + \beta^2 k^2 / \omega_p^2} \left(1 + \frac{k^2 v_0^2}{\omega_p^2}\right)} \quad (6.16)$$

$$\phi_2(r, \bar{z}) = \frac{zev_0^2}{\omega_p^2} \int_0^\infty k^2 dk J_0(kr) \frac{e^{k\bar{z}}}{1 + \frac{k^2 v_0^2}{\omega_p^2}} \quad (6.17)$$

Den Abkürzungen entsprechen folgende Ausdrücke

$$\bar{z} = z - v_0 t, \quad \bar{v}^2 = v_0^2 - \beta^2, \quad \beta^2 = \frac{3}{5} v_F^2 \quad (6.18)$$

wobei die Bewegung des Projektils in positive z - Richtung erfolgt

$$\begin{aligned}\phi(\vec{r}, t) &= \iint_{-\infty}^{\infty} d\vec{k} d\omega e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \phi(\vec{k}, \omega) \\ &= \frac{Ze}{2\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} d\vec{k} d\omega \frac{e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \delta(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v})}{k^2 \epsilon_{||}(\vec{k}, \omega)}\end{aligned}\quad (6.7)$$

Da die z-Richtung als Bewegungsrichtung des Projektils ausgezeichnet ist, fällt das Integral über die δ -Funktion für $\omega = \vec{k} \cdot \vec{v}$ heraus, und es verbleibt

$$\phi(\vec{r}, t) = \frac{Ze}{2\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{k} \frac{e^{i\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{v}t)}}{k^2 \epsilon_{||}(\vec{k}, \omega)} \quad (6.8)$$

Unter Verwendung von Zylinderkoordinaten erhält man den erstmals von Neufeld und Ritchie ¹¹ abgeleiteten axialsymmetrischen Ausdruck für das Wakepotential

$$\phi(r, z, t) = \frac{Ze}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} d\varphi_k \int_{-\infty}^{\infty} dk_z \int_0^{\infty} k_r dk_r \frac{e^{ik_z(z-v_0 t)} e^{ik_r r \cos \varphi_k}}{k^2 \epsilon_{||}(\vec{k}, \omega)} \quad (6.9)$$

Nach der analytischen Ausführung der φ_k -Integration,

$$\int_0^{2\pi} d\varphi_k e^{ik_r r \cos \varphi_k} = 2\pi J_0(k_r r) \quad (6.10)$$

unter der Annahme, daß das Projektil nur eine Geschwindigkeitskomponente in z-Richtung hat, erhält man

$$\phi(r, z, t) = \frac{Ze}{\pi v_0} \int_0^{\infty} k dk J_0(kr) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\frac{\omega}{v_0}(z-v_0 t)}}{k^2 \epsilon_{||}(\vec{k}, \omega)} d\omega \quad (6.11)$$

wobei k_z, k_r ersetzt wurden durch

$$\omega = k_z \cdot v_0, \quad k_r = k \quad (6.12)$$

z, r sind die Zylinderkoordinaten im Ruhesystem des Projektils und v_0 dessen Geschwindigkeit. Die Wellenzahl k hängt mit der

Die Bestimmung der Pole in der komplexen Ebene und eine detaillierte Durchführung der Integration über ω , erfolgt in Anhang. Schließt man dagegen den Weg in der oberen Halbebene, so erhält man in derselben Weise einen Ausdruck für das Potential vor der sich bewegenden Störladung

$$\phi_3(r, \bar{z}) = \frac{Ze v_0^2}{\omega_p^2} \int_0^\infty k^2 dk J_0(kr) \frac{e^{-k\bar{z}}}{1 + \frac{k^2 v_0^2}{\omega_p^2}} \quad (6.19)$$

In Figur 13 sind beide Anteile der potentiellen Energie $V = -e\phi$ als Funktion der Variablen $\bar{z}$, für das System S - Al bei einer Einschußenergie von $E_{lab} = .93 \text{ MeV/N}$ dargestellt. Abb.14 zeigt den oszillierenden Anteil der potentiellen Energie V als Funktion der Einschußenergie für S - Al. Der oszillierende Anteil des Wakepotentials beschränkt sich auf Gebiete hinter dem Projektil, während vor dem Projektil nur das Coulombpotential in Erscheinung tritt

Eine räumliche Darstellung des Wakepotentials für das gleiche System wie Fi. 13 wird in Figur 15 gegeben. Lage und Bewegungsrichtung des Projektils sind durch einen Pfeil gekennzeichnet. In unseren numerischen Rechnungen wird eine geschwindigkeitsabhängige Ladung verwendet, die empirisch von Betz² angegeben wurde

$$Z = Z_0 \left(1 - e^{-\frac{v_0}{v_B}} z^{-2/3} \right) \quad (6.20)$$

$v_B = e^2/\hbar$ ist die Bohr'sche Geschwindigkeit.

Der Ausdruck einer geschwindigkeitsabhängigen Projektilladung beschreibt eine durch Ionisationsstöße erzeugte mittlere Ladung.

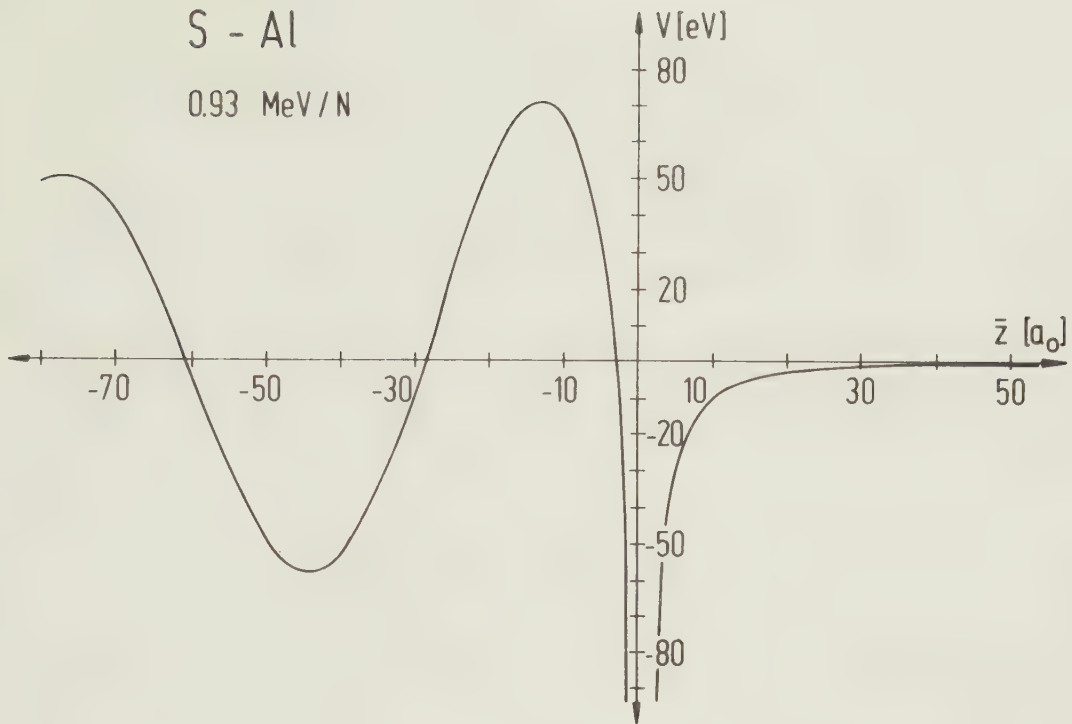


Fig. 13 : Die potentielle Energie $V = -e\phi$ im "wake" als Funktion von $\bar{z}$ für S - Al bei $E_{\text{lab}} = .93 \text{ MeV/N}$

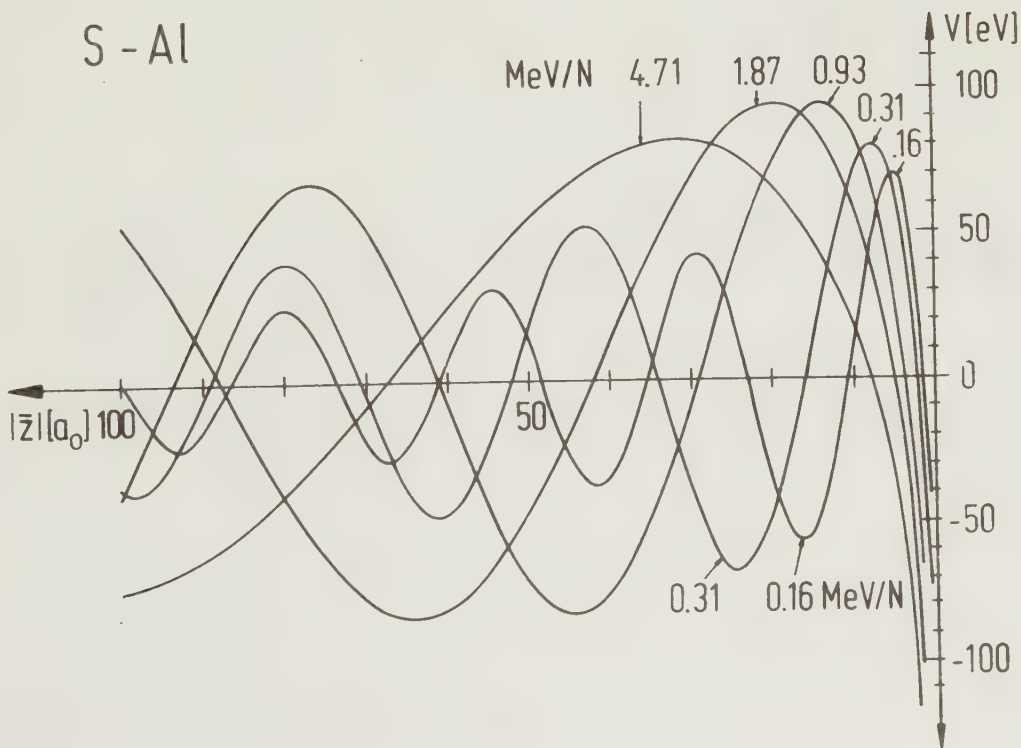


Fig. 14 : Der oszillierende Anteil der potentiellen Energie V als Funktion der Einschussenergie E_{lab} für S - Al

$$S_{ind} = \frac{k^2 \phi}{4\pi} - S_{ext} \quad (6.22)$$

Ersetzen von ϕ durch das effektive Polarisationspotential Gl. (6.5) und von S_{ext} durch die bewegte Projektilladung Gl. (6.6) führt zu

$$S_{ind}(\vec{k}, \omega) = \frac{Ze S(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_0)}{(2\pi)^3} \left(\frac{1}{\epsilon(\vec{k}, \omega)} - 1 \right) \quad (6.23)$$

Durch analoge Betrachtungen, wie bei der Herleitung des Potentials ϕ , erhält nach Fouriertransformation in den Ortsraum für die induzierte Polarisationsladungsdichte den folgenden axialsymmetrischen Ausdruck

$$S_{ind}(r, \bar{z}) = \frac{Ze}{(2\pi)^2 v_0} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^{\infty} k dk J_0(kr) e^{i \frac{\omega}{v_0} \bar{z}} \left(\frac{1}{\epsilon} - 1 \right) \quad (6.24)$$

wobei in der gleichen Weise substituiert wurde wie in Gl. (6.12). Nach der analytischen Durchführung der ω -Integration (Anhang B) erhält man für die induzierte Dichte

$$S_{ind}(\bar{z}, r) = \frac{Ze \omega_p}{2\pi v} \int_0^{\infty} k dk J_0(kr) \frac{\sin\left(\frac{\bar{z}}{v} \sqrt{\omega_p^2 + \beta^2 k^2}\right)}{\sqrt{1 + \frac{\beta^2 k^2}{\omega_p^2}}} \quad (6.25)$$

Bei näherer Betrachtung dieses Integranden, stellt man fest, daß er für $k \rightarrow \infty$ divergiert.

Da wir bei unseren Überlegungen nur die kollektive Komponente der Reaktion des Elektronenplasmas auf äußere Störungen diskutieren, können wir uns auf kleine Impulsüberträge beschränken. Dies bedeutet, daß wir das Integral über k in Gl. (6.25) nur bis zu einer kritischen Wellenzahl k_c auswerten müssen. Für $k > k_c$

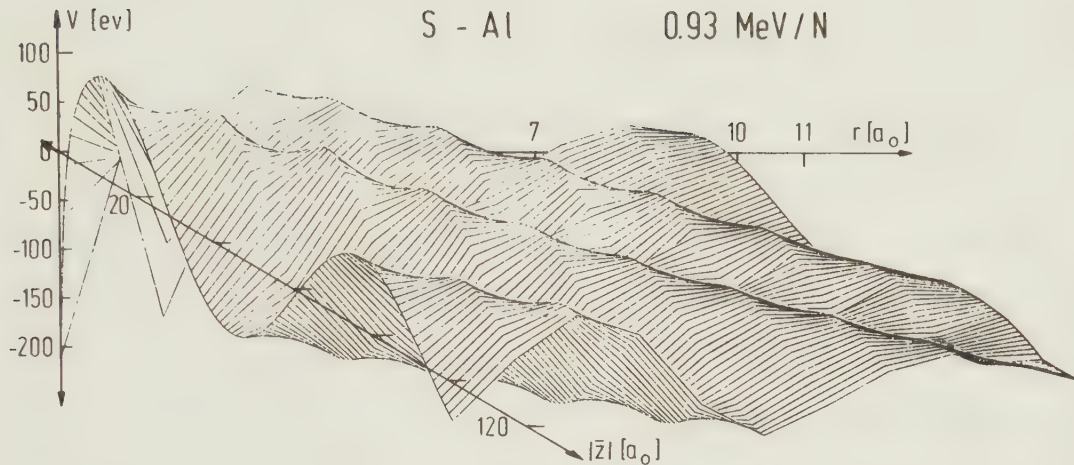


Fig. 15 : Die potentielle Energie $V = -e\phi$ im "wake" als Funktion der Koordinaten $\bar{z}$ und r für S - Al bei $E_{\text{lab}} = .93 \text{ MeV/N}$. Die Bewegungsrichtung des Projektils ist durch einen Pfeil gekennzeichnet.

Die durch die Polarisierung des Mediums erzeugten Dichteänderungen bzgl. der Ruhedichte ρ_0 erhält man mit Hilfe der Poisson - Gleichung. Im Impulsraum schreibt sich die Poisson - Gleichung für das Polarisationspotential ϕ zu

$$k^2 \phi(\vec{k}, \omega) = 4\pi \rho(\vec{k}, \omega) \quad (6.21)$$

wobei die induzierte Dichte gegeben ist aus der Differenz der Gesamtdichte und der externen Ladungsdichte. Man erhält für die induzierte Ladungsdichte ρ_{ind} nach Auflösung von Gl.(6.21)

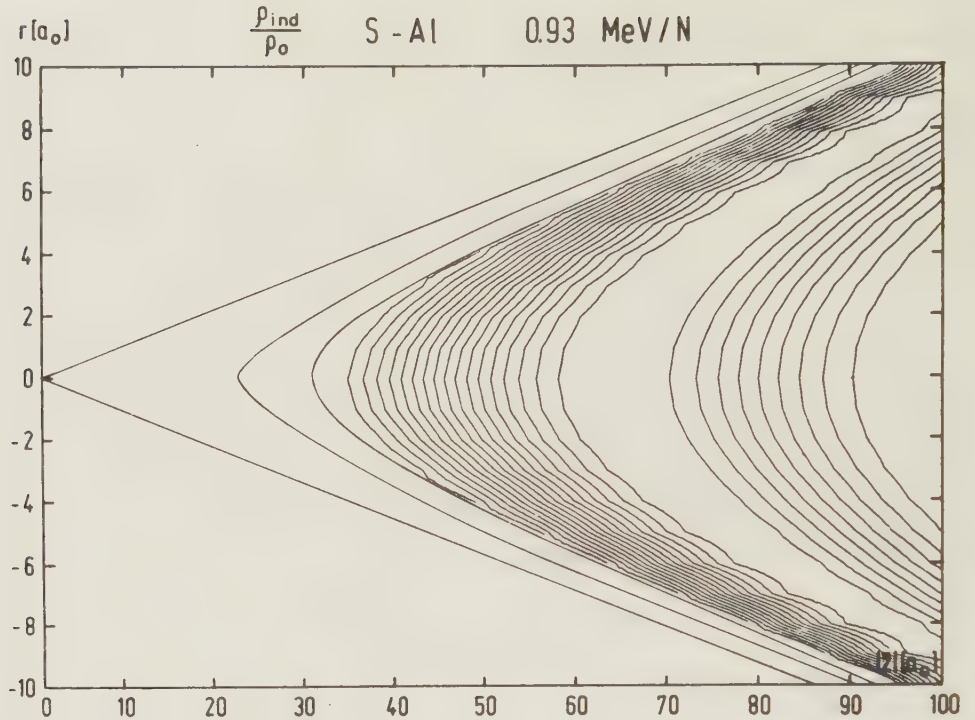


Fig. 16 : Die induzierte Ladungsdichte ρ_{ind}/ρ_0 für S - Al bei $E_{lab} = .93 \text{ MeV/N}$ - nach Lamb⁵³ und Gl.(6.26) (Anhang C)

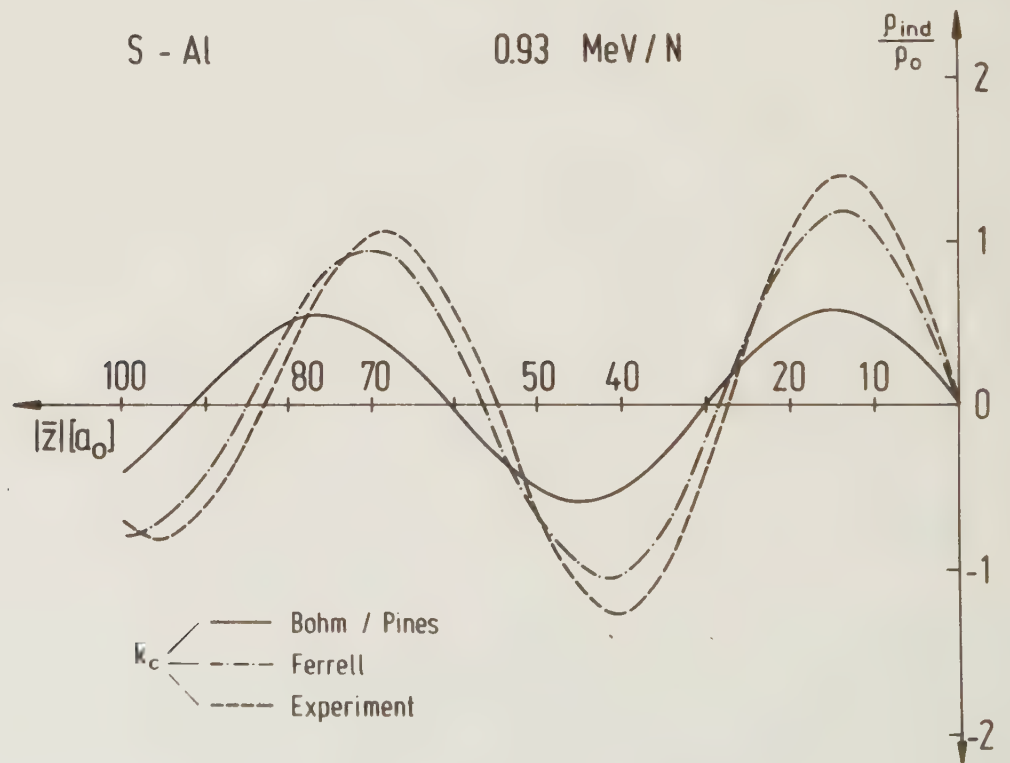


Fig. 17 : ρ_{ind}/ρ_0 - numerisch nach Gl.(6.25) berechnet - für S - Al bei $E_{lab} = .93 \text{ MeV/N}$, unter Verwendung verschieden cut - off Parameter (s. auch Abb.4)

hört ein Plasmon auf als wohldefinierter Anregungszustand zu existieren, was in Kap. 4 ausführlich diskutiert wurde.

Wir sind somit in der Lage durch Einführen einer kritischen Wellenzahl k_c das Integral in Gl. (6.25) numerisch und näherungsweise, analytisch auszuwerten.

In Anhang C wird eine auf Lamb⁵³ zurückgehende Näherungslösung diskutiert, die durch eine Variablentransformation die analytische Integration von Gl. (6.25) erlaubt. Man erhält unter Verwendung einer Koordinatentransformation

$$S_{ind}(\bar{z}, r) = \frac{Ze\omega_p^2}{2\pi v\beta r} \begin{cases} 0 & , \sigma^2 \leq 1 \\ \frac{\cos[x(\sigma^2 - 1)^{1/2}]}{(\sigma^2 - 1)^{1/2}} & , \sigma^2 > 1 \end{cases} \quad (6.26)$$

wobei gilt:

$$\sigma^2 = \frac{\bar{z}^2 \beta^2}{v^2 r^2}, \quad x^2 = K^2 - k^2 r^2 \quad (6.27)$$

Die induzierte Ladungsdichte (6.26) ist in Abb. 16 graphisch dargestellt. Dieser Ausdruck ist in der Struktur ähnlich einer von Glassgold, Heckrotte und Watson⁴² angegebenen Lösung für die Bewegung einer Schallwelle in unendlicher Kernmaterie.

Während bei Glassgold, Heckrotte und Watson nur die Form eines Kegelmantels beschrieben wird (s. Anhang C) erhält man nach Lamb auch periodische Lösungen innerhalb des Grenzkegels, wie in Abb. 16 zu sehen ist.

Das Resultat der numerischen Auswertung des Integrals in Gl.

(6.25) ist in Fig. 17 als Funktion verschiedener kritischer

Wellenzahlen k_c für das System S-Al bei $E_{lab} = .93$ MeV/N dargestellt.

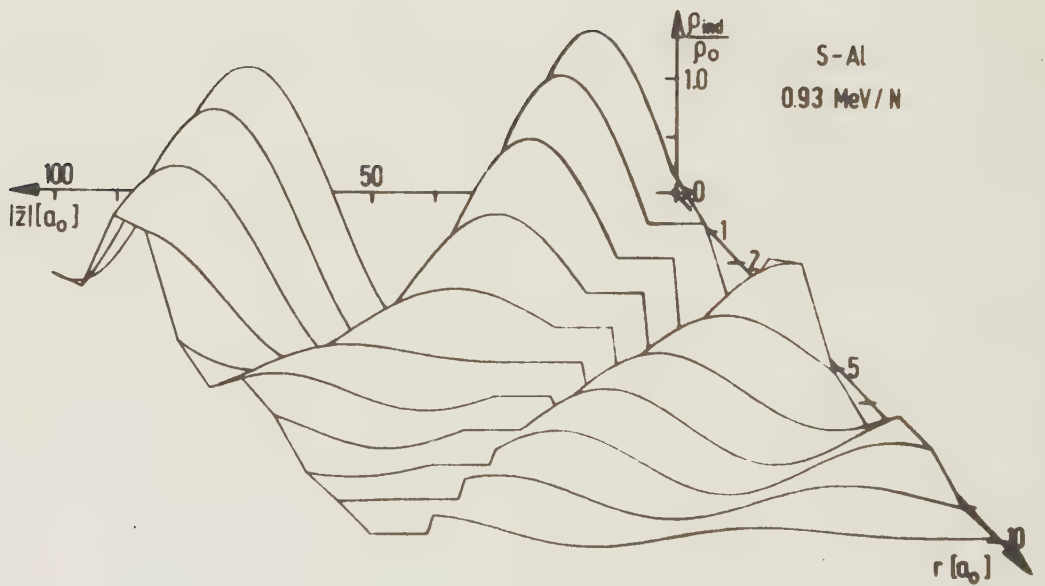
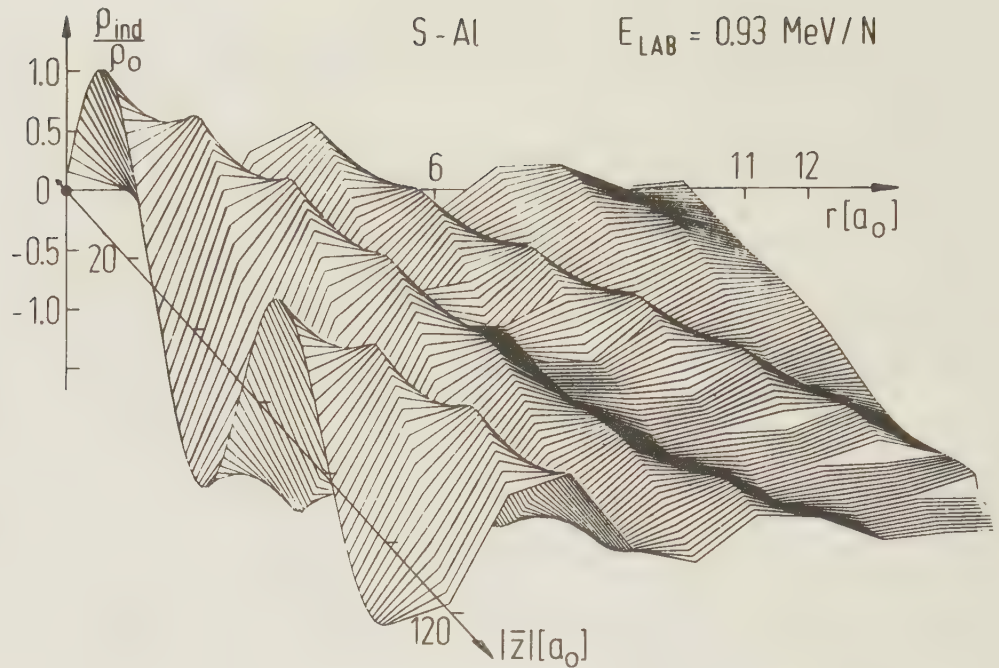


Fig. 18 + 19 : Die induzierte Polarisationsladung ρ_{ind}/ρ_0 als Funktion der Koordinaten $\bar{z}$ und r unter verschiedenen Blickwinkeln für S-Al bei $E_{lab} = 0.93$ MeV/N. Die Bewegungsrichtung des Projektils ist durch einen Pfeil gegeben.

Für den Fall des Aluminium Targets mit $r_s = 2.07$ sind die verwendeten k_c - Werte aus Abb. 4 zu ersehen.

Räumliche Darstellungen der Polarisationsladungsdichte als Funktion von $\bar{z}$ und r für S - Al bei $E_{lab} = .93$ MeV/N sind in den Figuren 18 und 19 bei verschiedenen Blickwinkeln wiedergegeben. In den Abbildungen 20 und 21 wird das Verhalten der induzierten Polarisationsladung $\mathcal{S}_{ind}(\bar{z}, r = \text{const.})$ als Funktion der Projektileinschussenergie und der Valenzelektronendichte des Targets diskutiert. Die räumliche Ausdehnung der Dichtefluktuationen wird größer mit zunehmender Projektilgeschwindigkeit v_0 und abnehmender Dichte des Plasmas, was auch aus der Struktur von Gl. (6.25) zu ersehen ist.

Bei der Größe $\mathcal{S}_0$ handelt es sich um die Valenzelektronendichte des Festkörpers. Sie ist gegeben durch

$$\mathcal{S}_0 = \frac{Z_v}{A} N_A \mathcal{S}_m \quad (6.28)$$

Z_v ist die Anzahl der Valenzelektronen des betreffenden Elements, A dessen Atommasse, N_A die Avogadrozahl und $\mathcal{S}_m$ die Massendichte⁵⁵.
dichte⁵⁵.

Die Werte für einige ausgewählte Elemente sind:

$$\mathcal{S}_0 \text{ (Al)} = 1.81 \cdot 10^{23} / \text{cm}^3$$

$$\mathcal{S}_0 \text{ (U)} = .96 \cdot 10^{23} / \text{cm}^3$$

$$\mathcal{S}_0 \text{ (C)} = 3.52 \cdot 10^{23} / \text{cm}^3$$

Der Wert für Kohlenstoff ergibt sich unter der Annahme einer diamantartigen Gitterstruktur. Für Graphit oder amorphen Kohlenstoff kann sich dieser Wert sehr stark von oben angegebener Zahl unterscheiden.

6.2. Diskussion der Ergebnisse im Schockwellenbild

Wir untersuchen nun im folgenden die induzierten Dichtefluktuationen ρ_{ind} für verschiedene Projektil-Target Systeme und Einschußgeschwindigkeiten auf die für Überschallphänomene charakteristischen Merkmale. Zur Diskussion der Energieabhängigkeit betrachten wir die Systeme S - Al, O - Al, S - U, O - C und Kr - C bei vier verschiedenen Einschußenergien zwischen $E_{\text{lab}} = .16 \text{ MeV/N}$ und $E_{\text{lab}} = 4.7 \text{ MeV/N}$. Die Plasmaelektronendichten variieren hierbei zwischen $1 \cdot 10^{23}/\text{cm}^3$ und $4 \cdot 10^{23}/\text{cm}^3$. In den Figuren 22-27 sind die Verhältnisse der induzierten Dichten ρ_{ind} über der Gleichgewichtsdichte ρ_0 als Funktion der Koordinaten $\bar{z}$ und r am Beispiel der Systeme O - Al und O - C bei drei verschiedenen Einschußenergien und unter zwei unterschiedlichen Blickwinkeln dargestellt. Die Anzahl der Oszillationen in der Polarisationsladungsdichte, nimmt dabei mit zunehmender Projektilgeschwindigkeit ab, während die räumliche Ausdehnung der "wakes" größer wird.

Die bei der Berechnung der induzierten Dichten ρ_{ind} verwendeten kritischen Wellenzahlen k_c sind für Al aus dem Experiment entnommen und für C und U nach der Ferrell'schen Methode berechnet (siehe Fig. 4).

Aus einem Vergleich der Figuren für ein System als Funktion der Einschußenergie E_{lab} ist leicht zu erkennen, daß sich die Maxima in den Dichtefluktuationen mit zunehmendem Abstand hinter dem Projektil, als Funktion von E_{lab} in Richtung größerer r - Werte verschieben.

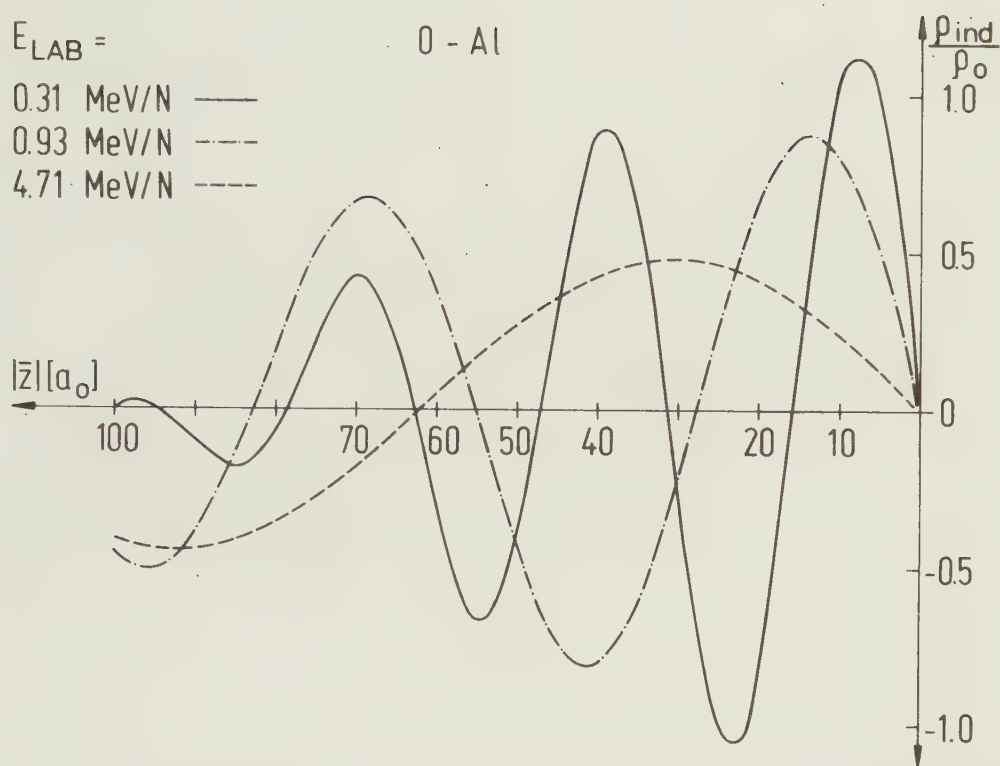


Fig. 20 : $\frac{\rho_{\text{ind}}}{\rho_0}$ als Funktion der Projektilenergie für das System O - Al

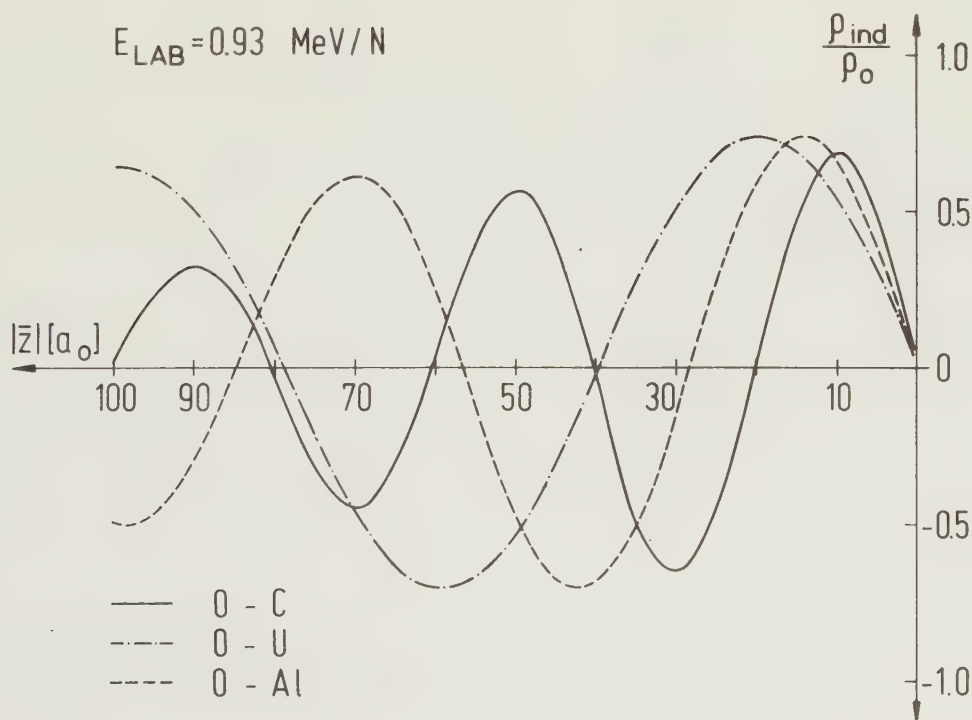


Fig. 21 : $\frac{\rho_{\text{ind}}}{\rho_0}$ als Funktion der Elektronendichte des Targets. Das Sauerstoffprojektil hat die Energie $E_{\text{lab}} = 0.93 \text{ MeV/N}$.

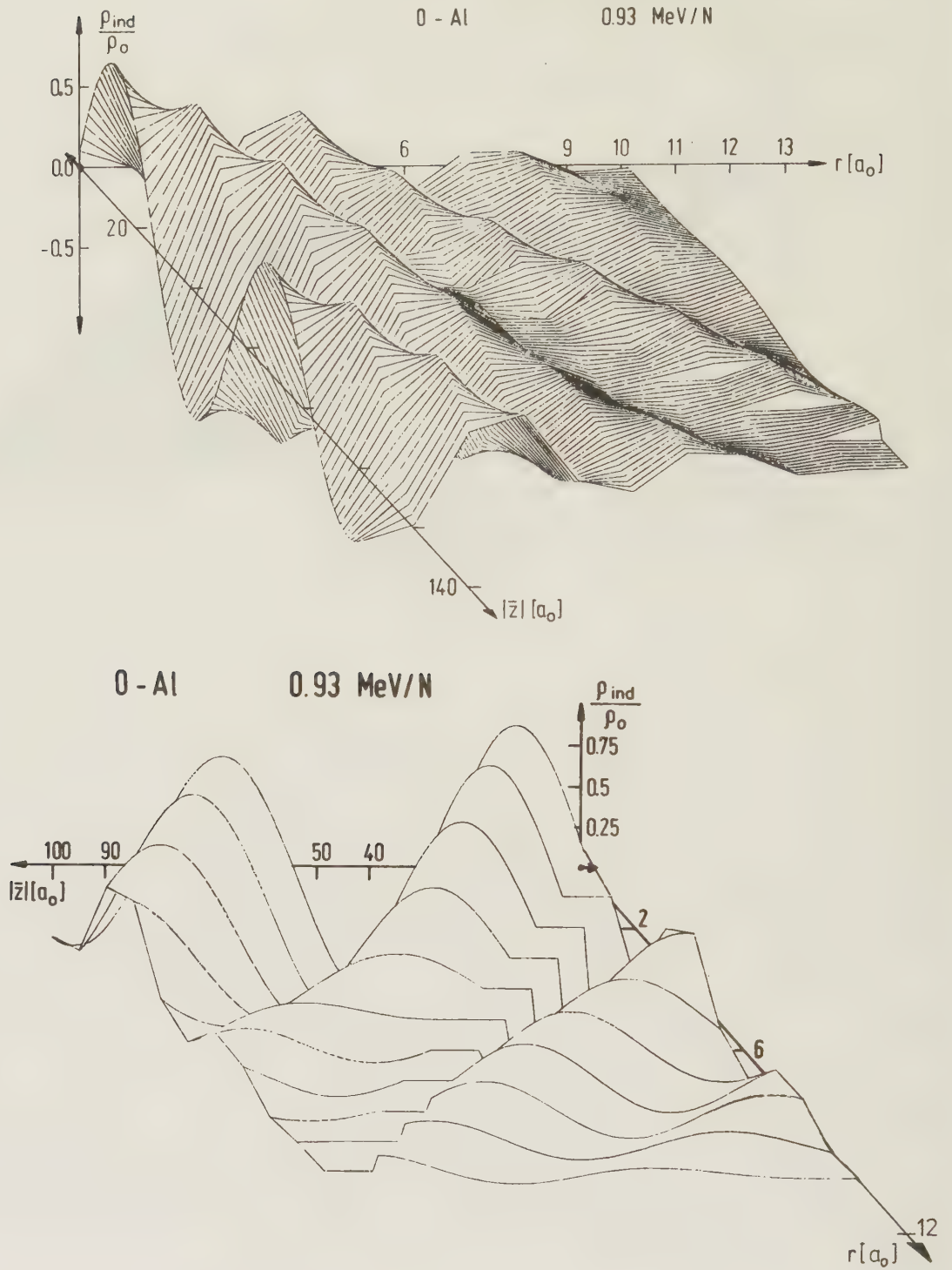


Fig. 23 : Die induzierte Polarisationsladungsdichte ρ_{ind}/ρ_0 als Funktion der Koordinaten $\bar{z}, r$ unter verschiedenen Blickwinkeln für O - Al bei $E_{lab} = .93 \text{ MeV/N}$. die Bewegungsrichtung des Projektils ist durch einen Pfeil gegeben.

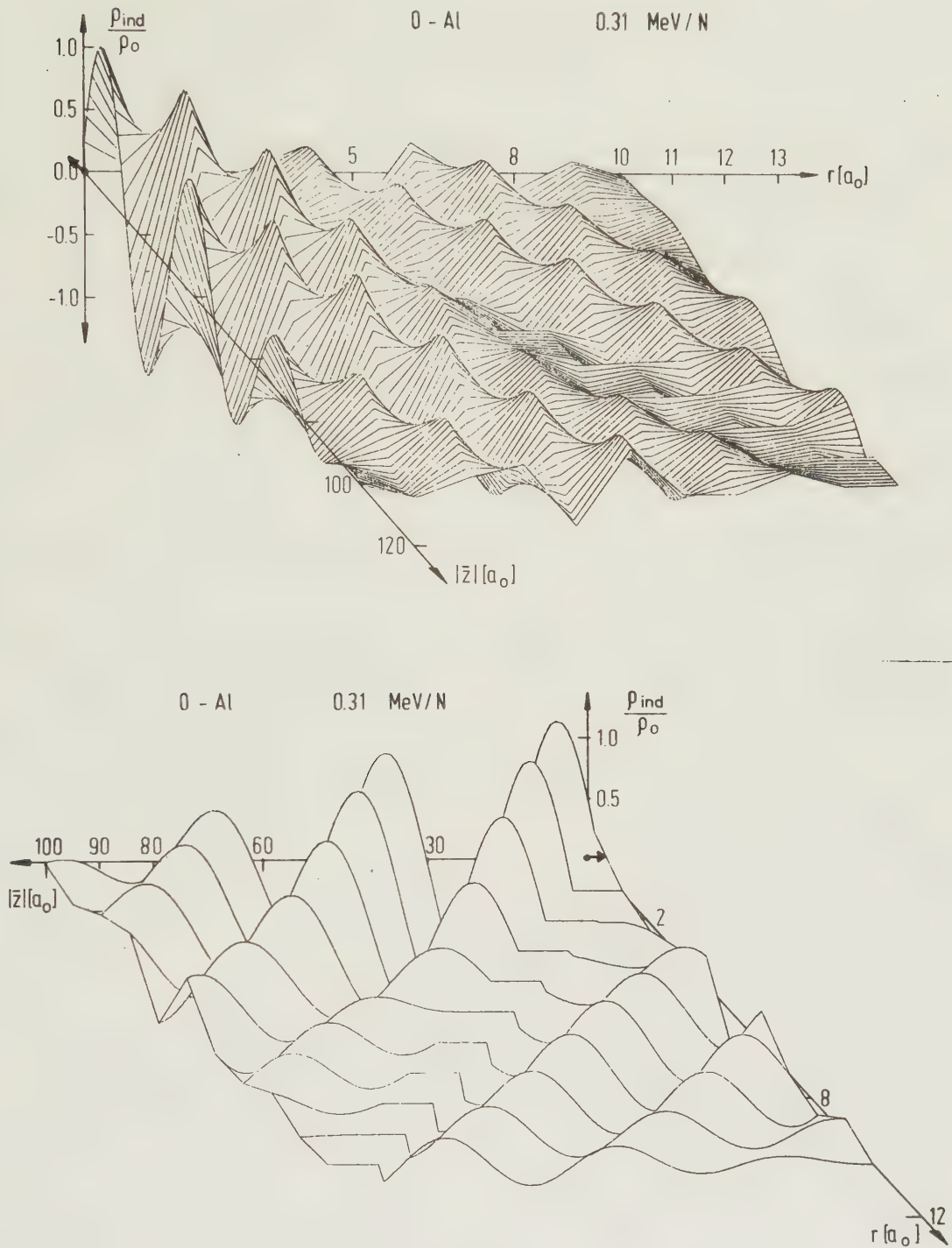


Fig. 22 : Die induzierte Polarisationsladungsdichte ρ_{ind}/ρ_0 als Funktion der Koordinaten $\bar{z}, r$ unter verschiedenen Blickwinkeln für das System O - Al bei $E_{lab} = .31 \text{ MeV/N}$. Die Bewegungsrichtung des Projektils ist durch einen Pfeil gekennzeichnet.

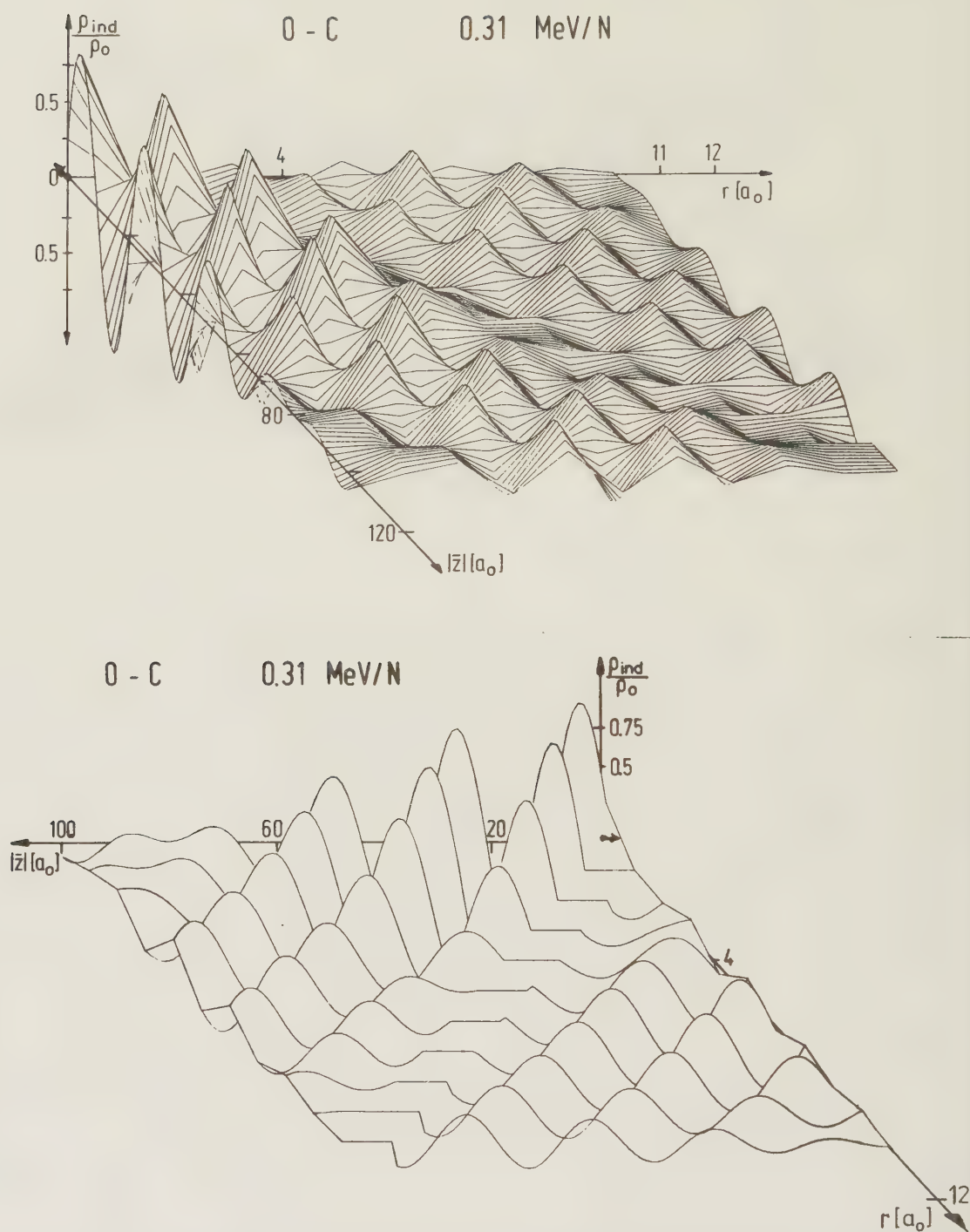


Fig. 25 : Die induzierte Polarisationsladungsdichte ρ_{ind}/ρ_0 als Funktion der Koordianten $\bar{z}, r$ unter verschiedenen Blickwinkeln für O - C bei $E_{\text{lab}} = .31 \text{ MeV/N}$. Die Bewegungsrichtung des Projektils idt durch einen Pfeil gegeben.

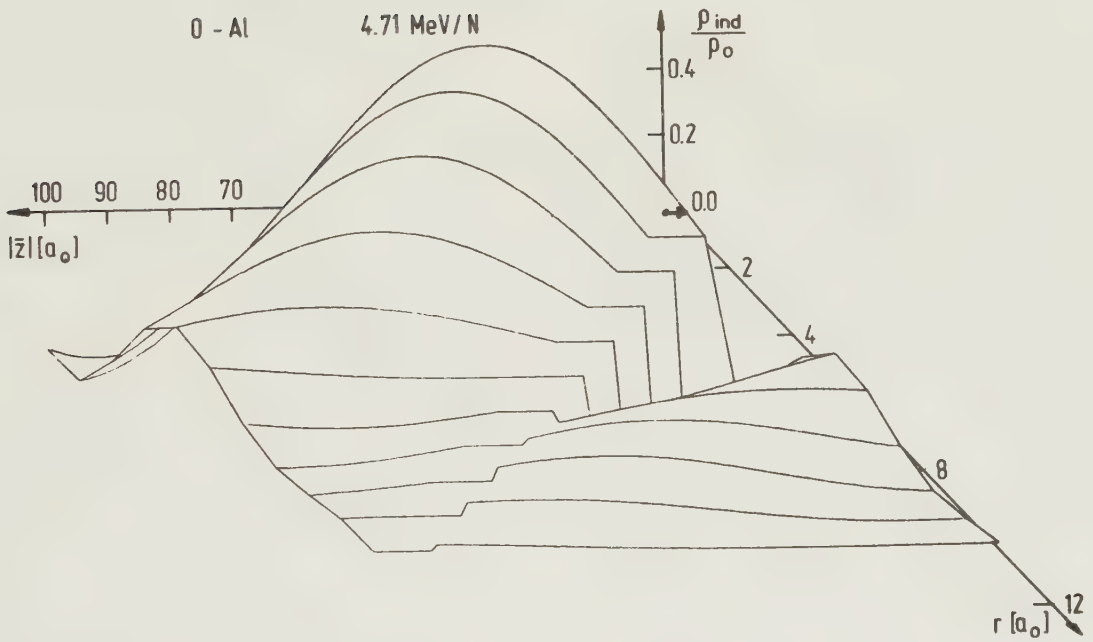
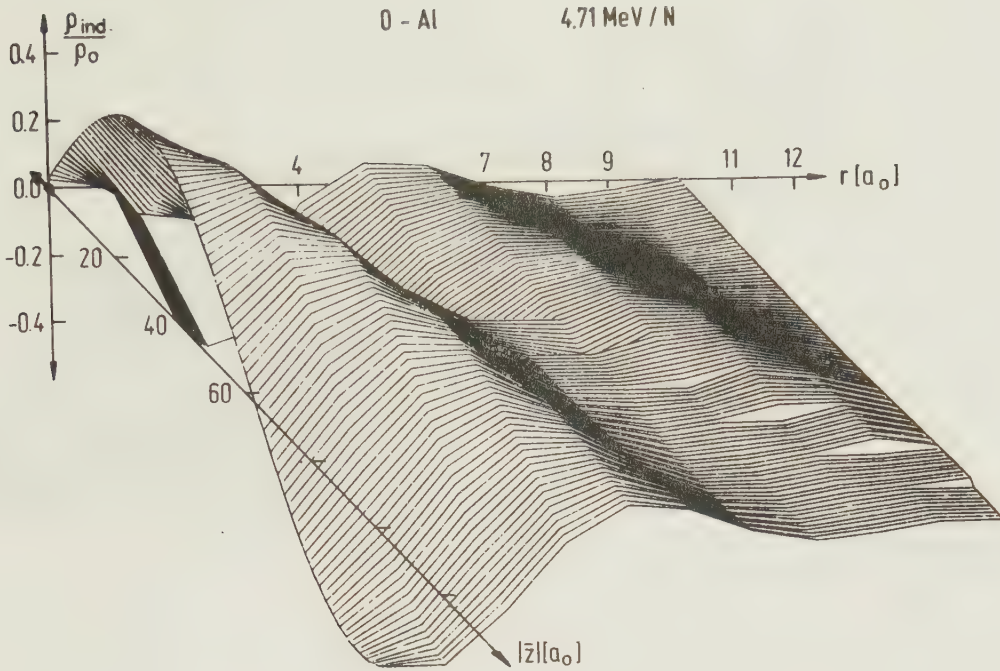


Fig. 24 : Die induzierte Polarisationsladungsdichte ρ_{ind}/ρ_0 als Funktion der Koordinaten $\vec{z}, r$ unter verschiedenen Blickwinkeln für O - Al bei $E_{lab} = 4.7$ MeV/N. Die Bewegungsrichtung des Projektils ist durch einen Pfeil gegeben.

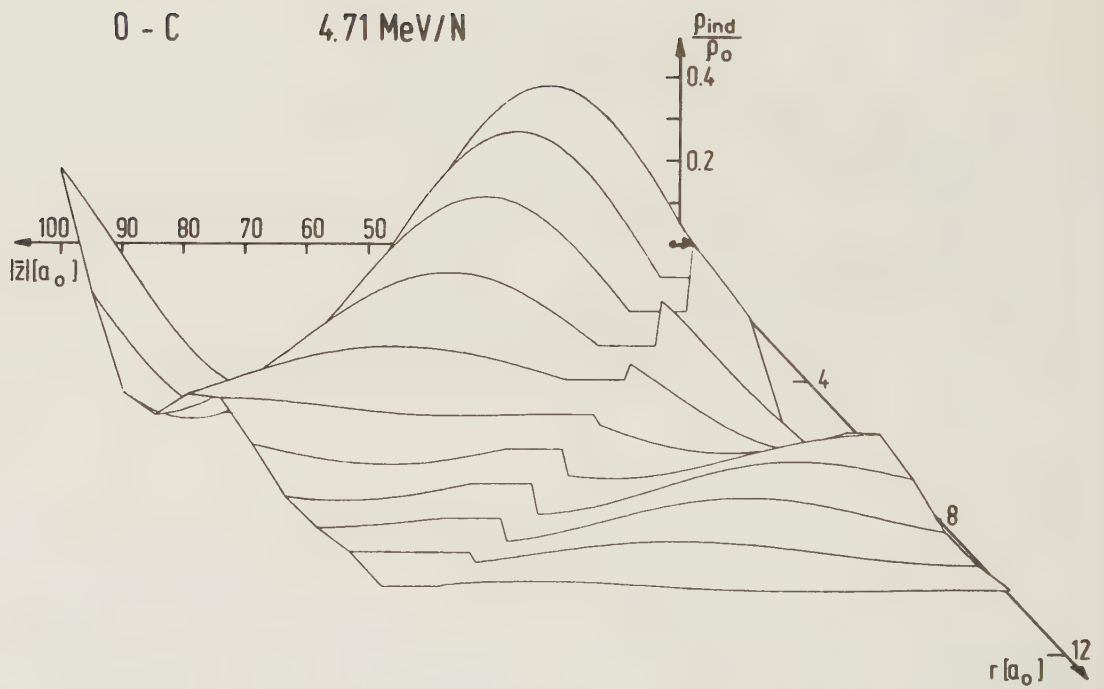
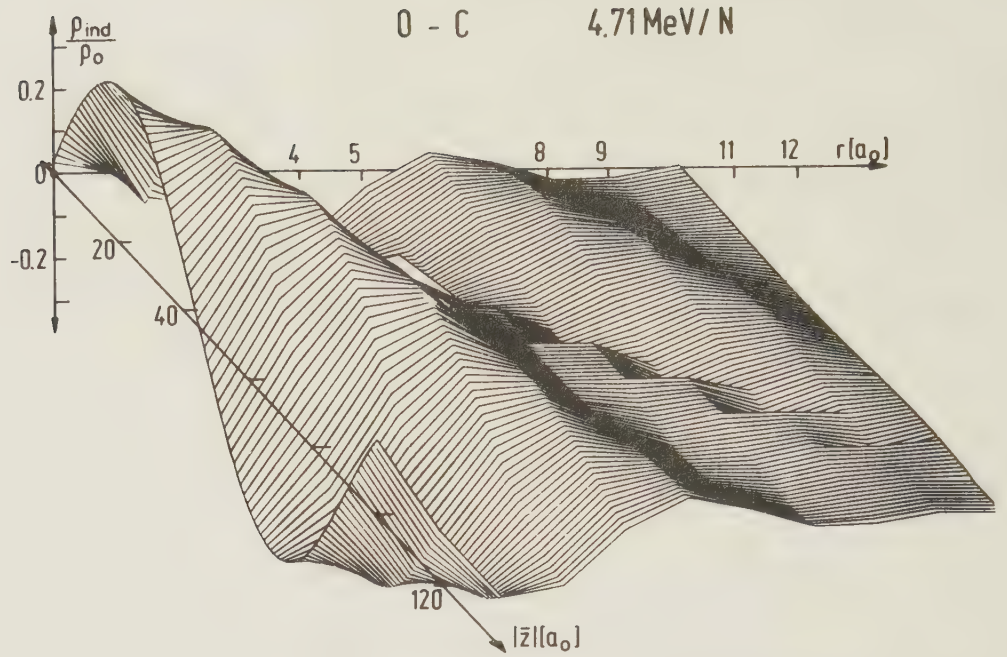


Fig. 27 : Die induzierte Polarisationsladung ρ_{ind}/ρ_o als Funktion der Koordianten $\bar{z}, r$ unter verschiedenen Blickwinkeln für $E_{lab} = 4.7 \text{ MeV/N}$. Die Bewegungsrichtung des Projektils ist durch einen Pfeil gekennzeichnet.

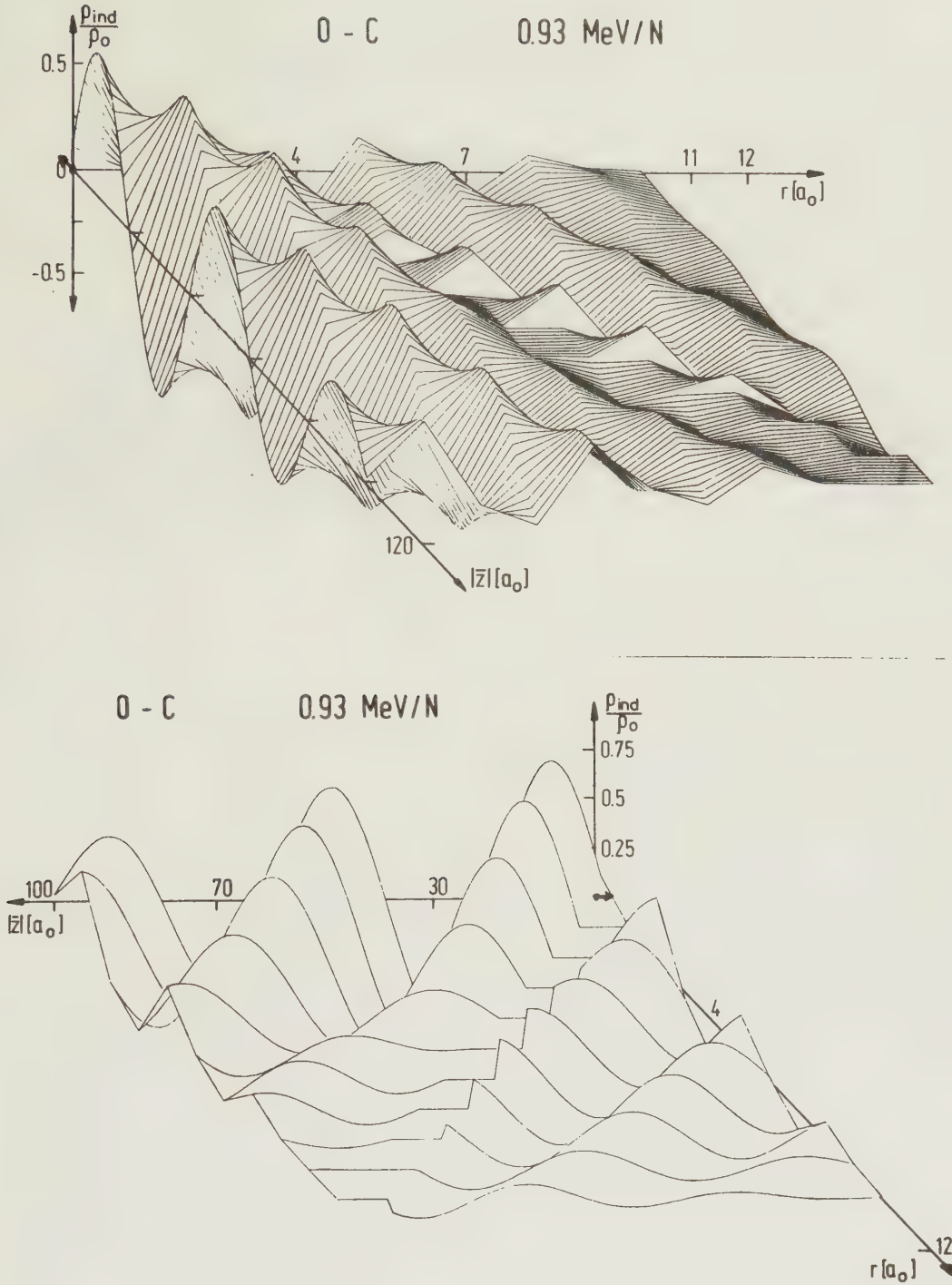


Fig. 26 : Die induzierte Polarisationsladungsdichte ρ_{ind}/ρ_0 als Funktion der Koordianten $\bar{z}, r$ unter verschiedenen Blickwinkeln für O - C bei $E_{lab} = .93$ MeV/N. Die Bewegungsrichtung des Projektils ist durch einen Pfeil gegeben.

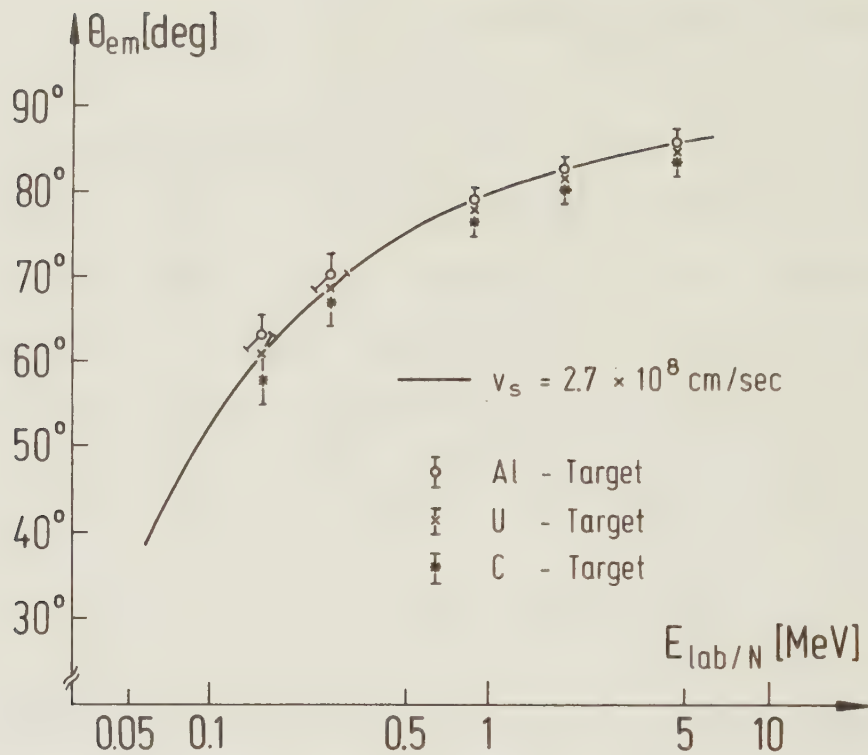


Fig. 28b: Der Emissionswinkel für Machschokelektronen als Funktion der Projektilenergie E_{lab} für verschiedene Stoßsysteme.

Die Kurve ist aus der Machrelation deduziert für eine vorgegebene Schockgeschwindigkeit v_s .

Konzentriert man sich auf das 1. Maximum hinter dem Projektil und trägt dieses als Funktion der Koordinaten $\bar{z}$, r für verschiedene Projektil-Targetkombinationen und Einschußenergien auf, so erhält man leicht gekrümmte Kegelstrukturen, deren Öffnungswinkel $\varphi (\varphi = 90^\circ - \Theta_{em})$ mit ansteigender Projektilenergie kleiner wird.



Fig. 28a: Die Position der 1. Maxima in den Polarisationsladungs-dichten als Funktion der Koordinate r und des Abstandes z hinter dem 1. Maximum - für verschiedene Systeme und Einschußenergien.

Das in Fig. 28a veranschaulichte Ausbilden von Kegelstrukturen läßt sich auch direkt graphisch, in Form von Höhenlinienbildern darstellen.

Hierzu trägt man die Polarisationsladungsdichte $S_{ind}(\bar{z}, r)$ hinter dem Projektil, in Form von Linien gleicher Dichte auf. Die Figuren 29 - 34 zeigen solche Höhenlinienbilder als Funktion der Einschußenergie des Projektils E_{lab} und der Plasmaelektronendichte S_0 für die Systeme O - Al und S - Al bzw. O - Al und O - C zum Vergleich.

Man sieht deutlich die unveränderten Strukturen bei gleichem Target und verschiedenem Projektil (O - Al, S - Al). Verändert man jedoch die Targetelektronendichte (Verwendung von C statt Al) und behält die Projektilladung bei, so ist deutlich eine Änderung des Kegelwinkels in den Figuren 32 - 34 zu erkennen - analog zu Fig. 28a.

Mit zunehmendem Abstand r vom Projektilweg nimmt die induzierte Dichte im Vergleich zur Gleichgewichtsdichte ab. Sie verringert sich von Höhenlinie zu Höhenlinie um jeweils $.1 S_0$.

Die Öffnungswinkel der Kegel werden mit zunehmender Einschußenergie kleiner und, unabhängig von der Wahl des Projektils, ist bei konstanter E_{lab} eine Abhängigkeit von der Gleichgewichtsdichte S_0 im Plasma ersichtlich.

Anhand dieser Ergebnisse kann man das Auftreten von "wakes", bei Projektilgeschwindigkeiten $v_0 > v_F$, eindeutig mit der Existenz eines Machschockphänomens im Elektronenplasma von Festkörpern identifizieren ²⁹.

Dies ist ein deutliches Merkmal für das Auftreten von Machschockwellen und erfüllt die in Gl. (6.25) definierte Machrelation. Ein zweiter Hinweis für Machschockwellen und die daraus resultierende gerichtete Emission von Elektronen aus dem Target, ist die Abhängigkeit des Kegelwinkels von der Gleichgewichtsdichte im Plasma, was ebenfalls in Abb. 28a aufgezeigt wird. Mit ansteigender Ruhedichte ρ_0 kommt es hier zur Vergrößerung des Kegelwinkels φ , was gemäß Gl. (6.25) ebenfalls zu erwarten war:

$$\cos \theta_{em} = \frac{v_s}{v_0} \quad \text{bzw.} \quad \varphi = \arcsin \frac{v_s}{v_0} \quad (6.25)$$

Die Öffnungswinkel der Kegel für die jeweiligen Targetelektronendichten sind dabei unabhängig vom verwendeten Projektil ²⁹.

Figur 28b veranschaulicht die Veränderung des Emissionswinkels θ_{em} mit der Einschußenergie des Projektils und der Elektronengleichgewichtsdichte ρ_0 im Target.

Man erkennt eine deutliche Zunahme im Emissionswinkel θ_{em} mit ansteigender Laborenergie, sowie größer werdender Ruhedichte ρ_0 . Die theoretischen Fehlerbalken verdeutlichen die Breite in den erhaltenen Emissionswinkeln.

Die durchgezogene Kurve ist direkt aus der Machrelation Gl. (6.29), berechnet. ρ_0 variiert zwischen $1 \cdot 10^{23} / \text{cm}^3$ für Uran und $3.5 \cdot 10^{23} / \text{cm}^3$ für Kohlenstoff.

In der Abb. 28 sind die Systeme S - Al, S - U, O - Al, O - C und Kr - C bei fünf verschiedenen Einschußenergien aufgetragen ($E_{lab} = .16, .31, .93, 1.8, 4.7 \text{ MeV/N}$).

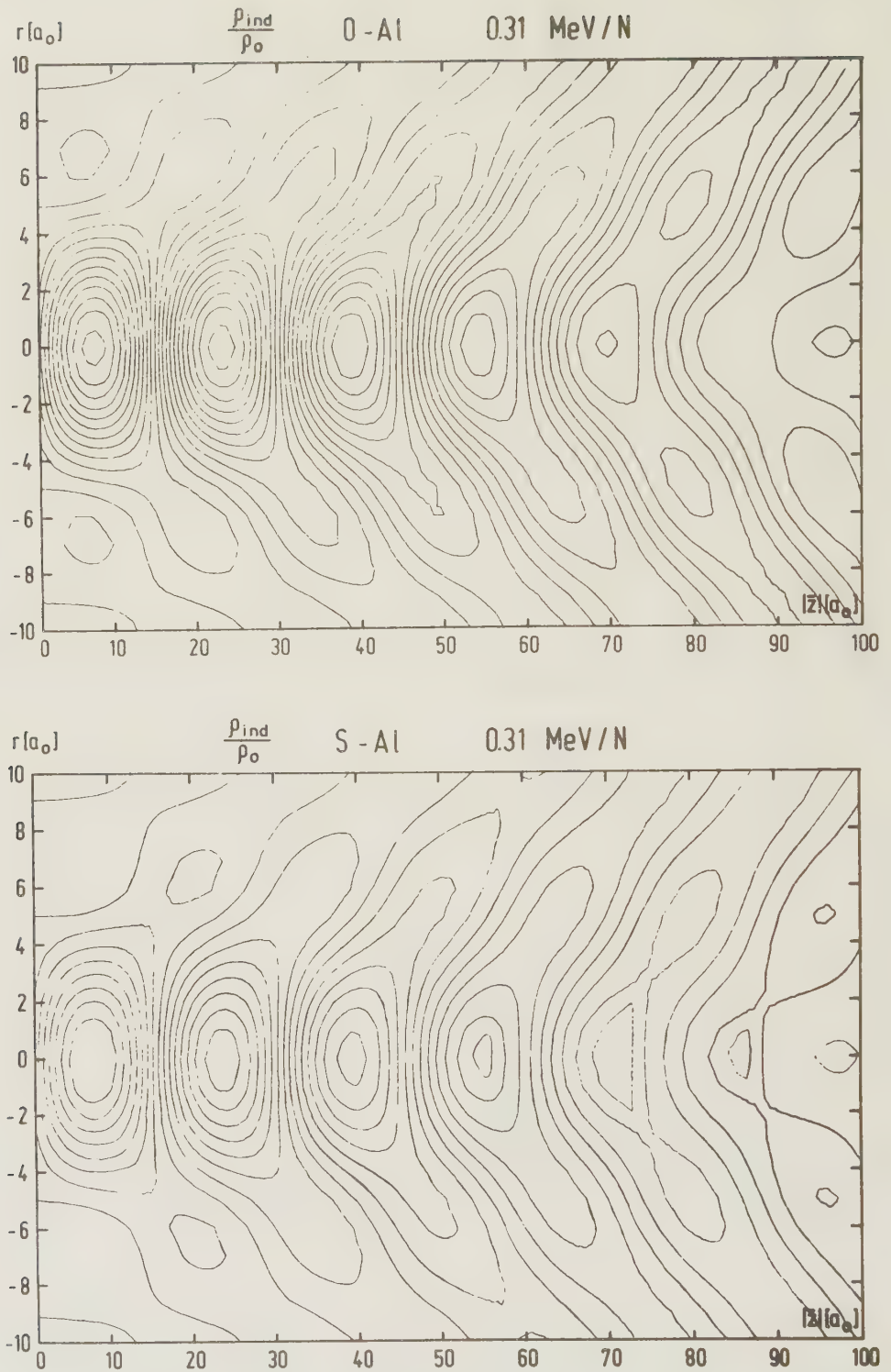


Fig. 29 : Vergleich der induzierten Polarisationsladungsdichten für Systeme mit verschiedener Projektilladung aber gleicher Targetelektronendichte ρ_0 bei $E_{lab} = 0.31$ MeV/N

Das Verhalten der induzierten Dichtefluktuationen als Funktion der Einschußenergie und der Plasmaelektronendichte des Targets entspricht in jeder Hinsicht dem Verhalten von Machschockwellen. Mit Hilfe der Relation Gl. (6.29) ist man dann in der Lage, aus der Kenntnis des Emissions- oder Kegelwinkels, und der Projektilgeschwindigkeit, die Geschwindigkeit v_s der Machschockwelle zu deduzieren.

Im Unterschied zu v_s , ist die Geschwindigkeit der in der Schockwelle mitgeführten Elektronen, v_e , nicht direkt aus der Machrelation Gl. (6.25) ableitbar.

Zur Bestimmung der Teilchengeschwindigkeit dieser aus dem Plasma emittierten Elektronen, benötigt man zusätzlich zur induzierten Dichte noch die durch die Störung induzierte Stromdichte j_{ind} , deren Zusammenhang durch die Kontinuitätsgleichung festgelegt wird.

Der Herleitung dieser Größe ist das folgende Kapitel gewidmet.

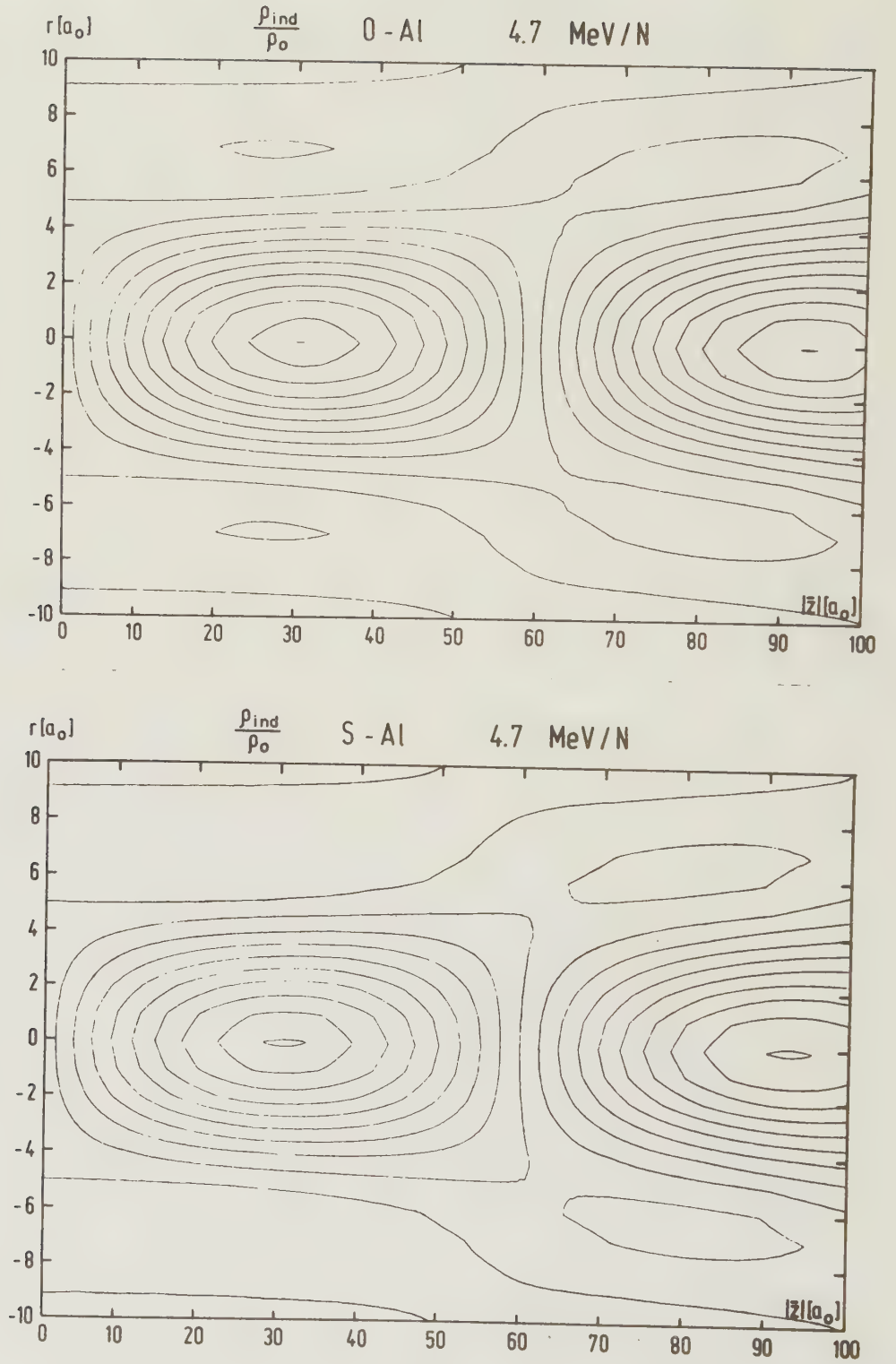


Fig. 31 : Vergleich der induzierten Polarisationsladungsdichten für Systeme mit verschiedener Projektilladung aber gleicher Targetelektronendichte ρ_o bei $E_{lab} = 4.7$ MeV/N

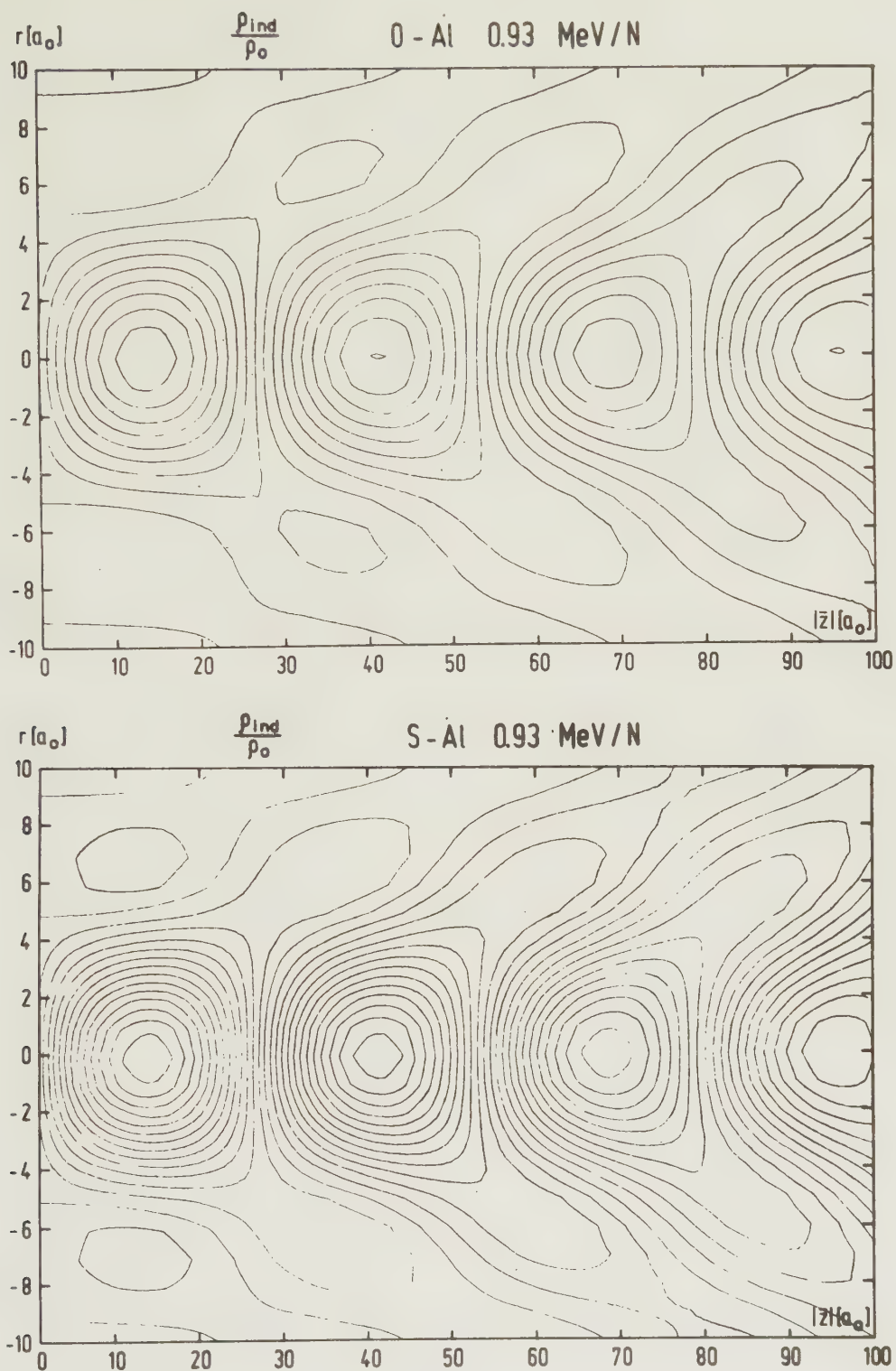


Fig. 30 : Vergleich der induzierten Polarisationsladungsdichten für Systeme mit verschiedener Projektilladung aber gleicher Targetelektronendichte ρ_0 bei $E_{lab} = .93$ MeV/N

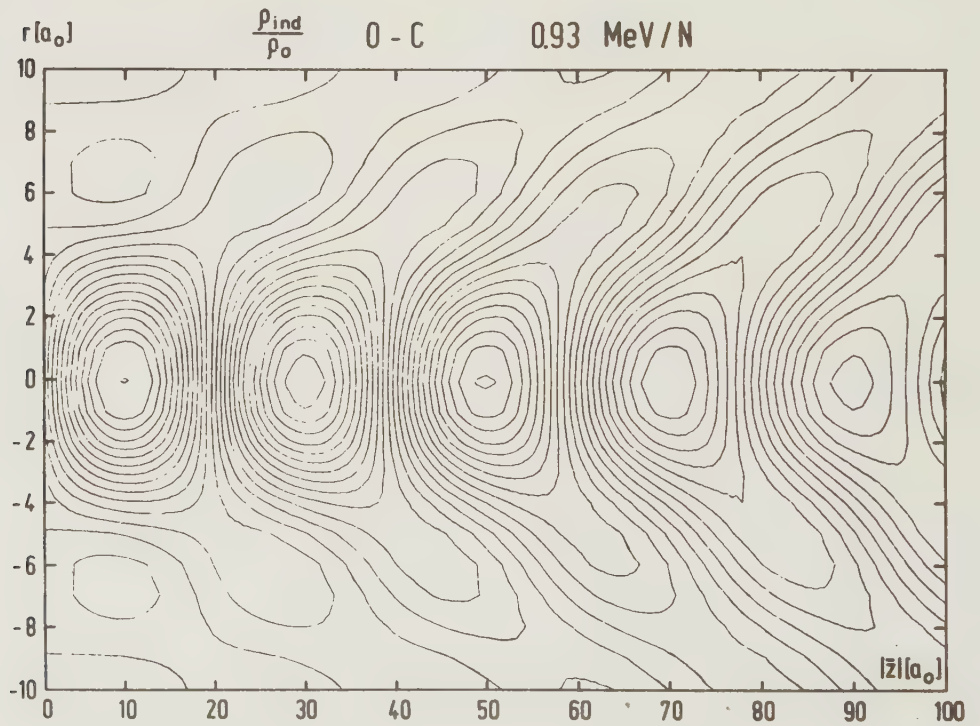
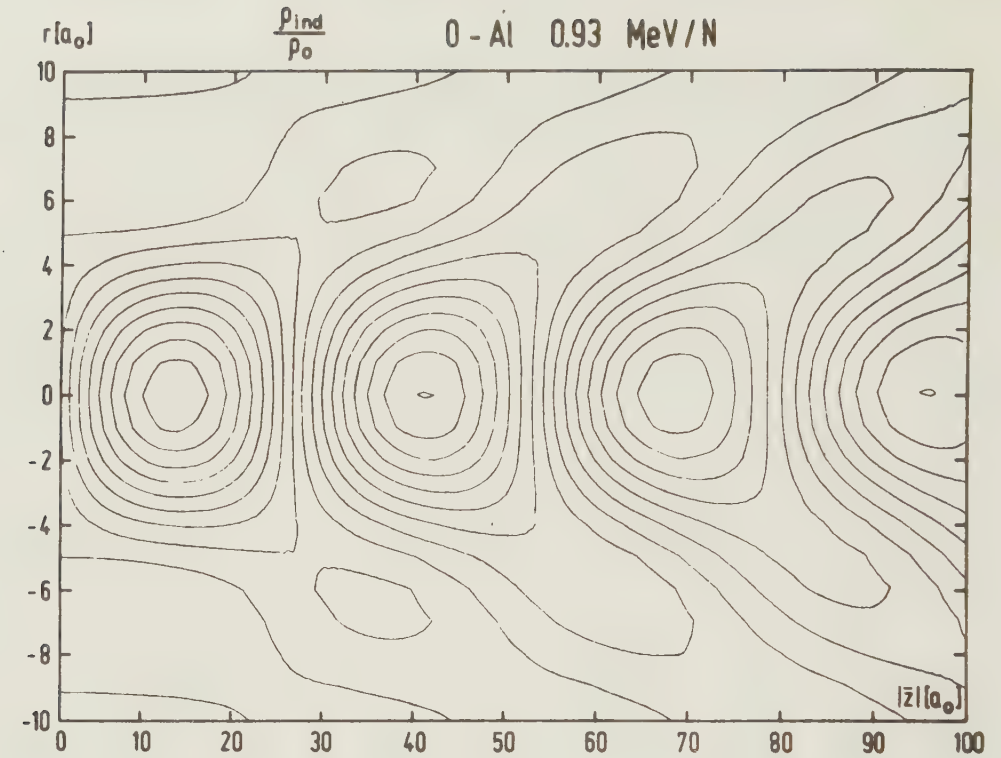


Fig. 33 : Vergleich der induzierten Polarisationsladungsdichten für Systeme mit unterschiedlicher Targetelektronendichte ρ_0 aber gleicher Projektilladung bei $E_{lab} = .93 \text{ MeV/N}$

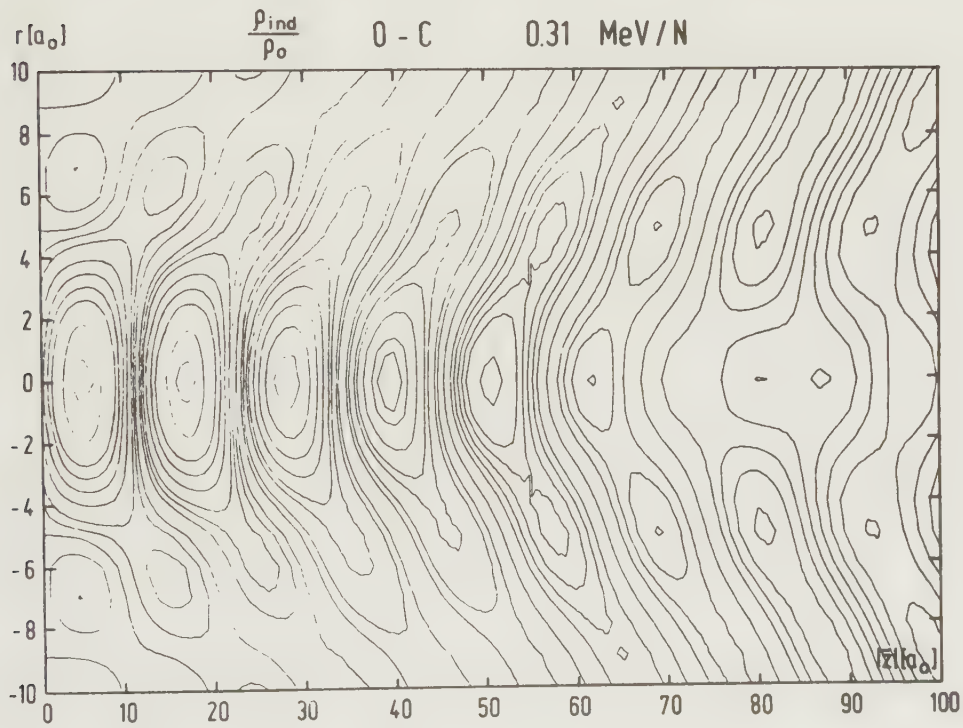
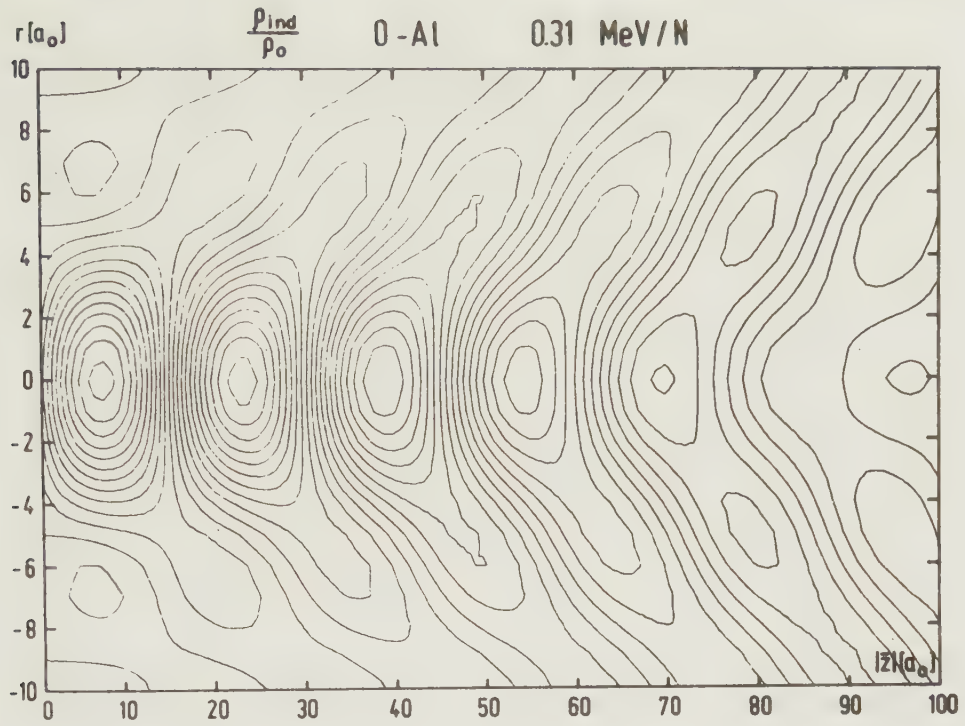


Fig. 32 : Vergleich der induzierten Polarisationsladungsdichten für Systeme mit unterschiedlicher Targetelektronendichte aber gleicher Projektilladung bei $E_{lab} = .31 \text{ MeV/N}$

6.3. Herleitung der induzierten Stromdichte $\vec{j}_{ind}$

Aus der Kenntnis der induzierten Polarisationsladungsdichten $\rho_{ind}(\vec{r}, t)$ läßt sich unter Verwendung der Kontinuitätsgleichung die induzierte Stromdichte herleiten.

Die Kontinuitätsgleichung

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j}_{ind} + \frac{\partial}{\partial t} \rho_{ind} = 0 \quad (6.30)$$

schreibt sich im Impulsraum zu

$$i \vec{k} \cdot \vec{j}_{ind} - i\omega \rho_{ind} = 0 \quad (6.31)$$

Aufgrund des rein longitudinalen Charakters der induzierten Stromdichte, kann man Gl. (6.31) nach Multiplikation mit $\vec{k}$ separieren und erhält

$$\vec{j}_{ind}(\vec{k}, \omega) = \frac{\omega \vec{k}}{k^2} \rho_{ind}(\vec{k}, \omega) \quad (6.31)$$

Ersetzen der induzierten Ladungsdichte $\rho_{ind}(\vec{k}, \omega)$ durch den Ausdruck in Gl. (6.23) führt schließlich zu

$$\vec{j}_{ind}(\vec{k}, \omega) = \frac{\omega \vec{k}}{k^2} \vec{e}_\kappa \frac{Ze}{(2\pi)^3} \delta(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}) \left[\frac{1}{\epsilon_{||}(\vec{k}, \omega)} - 1 \right] \quad (6.32)$$

Durch Transformation dieses Ausdrucks in den Ortsraum, unter Verwendung von Zylinderkoordinaten und unter Berücksichtigung des vektoriellen Charakters der Stromdichte, ergibt sich

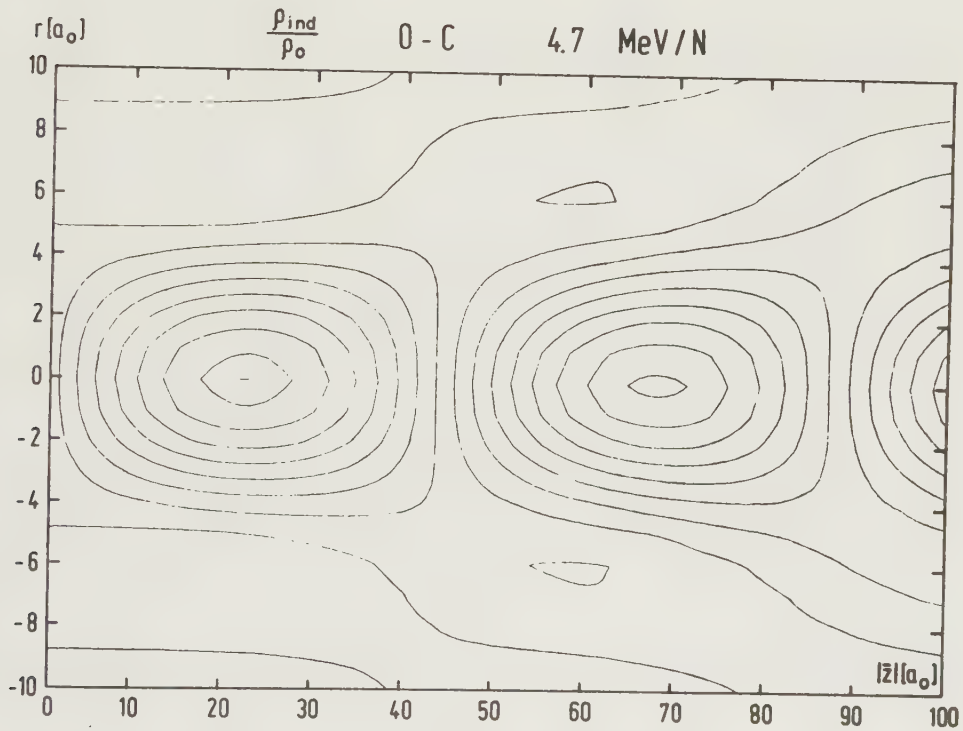
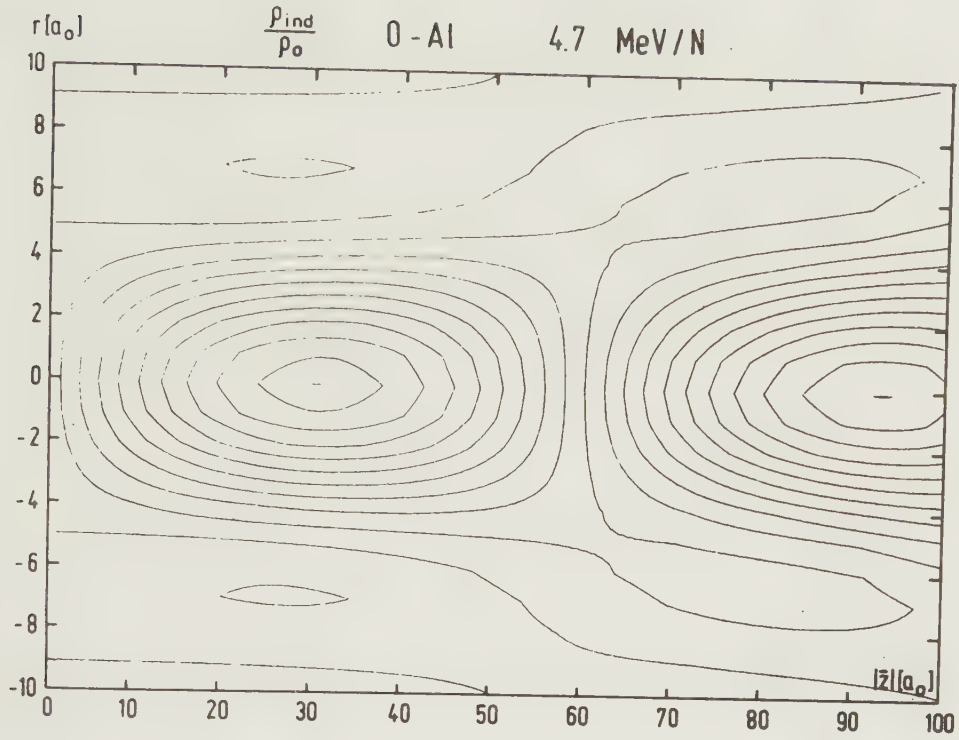


Fig. 34 : Vergleich der induzierten Polarisationsladungsdichten für Systeme mit unterschiedlicher Targetelektronendichte ρ_0 aber gleicher Projektilladung bei $E_{lab} = 4.7 \text{ MeV/N}$

Durch die spezielle Wahl des Zylinderkoordinatensystems wie es in Kapitel 6.1 erläutert wurde, kommt es zum Verschwinden der y-Komponente. Die verbleibenden Komponenten sind dann identisch mit den r, z - Komponenten des axialsymmetrischen Systems.

Die analytische Darstellung der $\mathcal{P}_k$ - Integrationen für jede der verbliebenen Komponenten, führt nach Referenz 59 oder Ref. 54 zu Beiträgen, die die Besselfunktionen $J_0(\alpha)$ bzw. $J_1(\alpha)$ enthalten. Unter Verwendung der Substitutionen

$$\omega = k_z \cdot v_0, \quad k_r = k \quad (6.38)$$

erhält man:

$$\vec{J}_{ind}^r(r, z, t) = \frac{iZe}{(2\pi)^2 v_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} \omega d\omega \int_0^{\infty} k^2 dk e^{i\frac{\omega}{v_0} \bar{z}} \frac{J_1(kr)}{k^2} \left(\frac{1}{\epsilon_{||}} - 1 \right) \quad (6.39)$$

$$\vec{J}_{ind}^z(r, z, t) = \frac{Ze}{(2\pi)^2 v_0^3} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 d\omega \int_0^{\infty} k dk e^{i\frac{\omega}{v_0} \bar{z}} \frac{J_0(kr)}{k^2} \left(\frac{1}{\epsilon_{||}} - 1 \right) \quad (6.40)$$

Man löst auf ähnliche Weise, wie im Kapitel 5.1 dargestellt, das Integral über ω wieder analytisch mit Hilfe des Residuensatzes.

Ersetzt man die dielektrische Funktion $\epsilon_{||}(\vec{k}, \omega)$ durch den Ausdruck in Gl. (6.11)

$$\epsilon_{||}(\vec{k}, \omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\beta^2 k^2 - \omega^2} \quad (6.41)$$

$$\vec{j}_{\text{ind}}(r, z, t) = \frac{Ze v_0}{(2\pi)^3} \int_0^{2\pi} d\varphi_k \int_{-\infty}^{\infty} k_z dk_z \int_0^{\infty} k_r dk_r e^{ik_z \bar{z}} \frac{1}{k^2} * \\ * e^{ik_r r \cos \varphi_k} \left(\frac{1}{\epsilon_{||}(\vec{k}, \omega)} - 1 \right) (k_r \vec{e}_{k_r} + k_z \vec{e}_{k_z}) \quad (6.33)$$

Transformation der Einheitsvektoren mittels der Identitäten ⁵¹.

$$\vec{e}_{k_r} = \cos \varphi_k \vec{e}_{k_x} + \sin \varphi_k \vec{e}_{k_y}, \\ \vec{e}_{k_z} = \vec{e}_{k_z} \quad (6.34)$$

und Separation von Gl.(6.33) in Komponenten führt zu den folgenden Gleichungen:

$$\vec{j}_{\text{ind}}^x(r, z, t) = \frac{Ze}{(2\pi)^3} v_0 \int_0^{2\pi} d\varphi_k \int_{-\infty}^{\infty} k_z dk_z \int_0^{\infty} k_r^2 dk_r e^{ik_z(z-v_0 t)} * \quad (6.35) \\ * e^{ik_r r \cos \varphi_k} \frac{\cos \varphi_k}{k^2} \left(\frac{1}{\epsilon_{||}(\vec{k}, \omega)} - 1 \right) \vec{e}_{k_x}$$

$$\vec{j}_{\text{ind}}^y(r, z, t) = \frac{Ze}{(2\pi)^3} v_0 \int_0^{2\pi} d\varphi_k \int_{-\infty}^{\infty} k_z dk_z \int_0^{\infty} k_r^2 dk_r e^{ik_z(z-v_0 t)} * \quad (6.36) \\ * e^{ik_r r \cos \varphi_k} \sin \varphi_k \frac{1}{k^2} \left(\frac{1}{\epsilon_{||}(\vec{k}, \omega)} - 1 \right) \vec{e}_{k_y}$$

$$\vec{j}_{\text{ind}}^z(r, z, t) = \frac{Ze}{(2\pi)^3} v_0 \int_0^{2\pi} d\varphi_k \int_{-\infty}^{\infty} k_z^2 dk_z \int_0^{\infty} k_r dk_r e^{ik_z(z-v_0 t)} * \quad (6.37) \\ * e^{ik_r r \cos \varphi_k} \frac{1}{k^2} \left(\frac{1}{\epsilon_{||}(\vec{k}, \omega)} - 1 \right) \vec{e}_{k_z}$$

$$j_{ind}^{r,2}(\bar{z}, r) = \frac{-Ze\omega_p^2 v_0}{4\pi} \int_0^\infty k^2 dk J_1(kr) \frac{e^{k\bar{z}}}{(k^2 v_0^2 + \omega_p^2)} \quad (6.47)$$

$$j_{ind}^{z,1}(\bar{z}, r) = \frac{Ze\omega_p^2 v_0}{2\pi\bar{v}} \int_0^\infty k dk J_0(kr) \frac{\sin\left(\frac{\bar{z}}{\bar{v}} \sqrt{\beta^2 k^2 + \omega_p^2}\right) \sqrt{\beta^2 k^2 + \omega_p^2}}{(k^2 v_0^2 + \omega_p^2)} \quad (6.48)$$

$$j_{ind}^{z,2}(\bar{z}, r) = \frac{Ze\omega_p^2 v_0}{4\pi} \int_0^\infty k^2 dk J_0(kr) \frac{e^{k\bar{z}}}{(k^2 v_0^2 + \omega_p^2)} \quad (6.49)$$

Der Betrag der induzierten Stromdichte ergibt sich zu

$$|\vec{j}_{ind}| = (j_z^2 + j_r^2)^{1/2} \quad (6.50)$$

In den Abbildungen 35-37 sind Höhenlinienbilder des Betrages der induzierten Stromdichte $|\vec{j}_{ind}|$ als Funktion der Koordinaten $\bar{z}$, r für die Systeme O - A1 und O - C bei unterschiedlichen Projektilenergien dargestellt. Die Pfeile verdeutlichen Propagationsrichtung der Machschockwelle bzw. die Emissionsrichtung der zu erwartenden Elektronen, der Punktpfeil die Lage und Bewegungsrichtung des Projektils.

Die Ausbildung von Kegelstrukturen in der induzierten Stromdichte $|\vec{j}_{ind}|$ hinter dem Projektil ist auch hier deutlich erkennbar.

und substituiert K^2 durch (Gl. 6.13)

$$K^2 = k^2 + \frac{\omega^2}{v_o^2} \quad (6.42)$$

erhält man nach Anhang D die folgenden Ausdrücke für die Komponenten der induzierten Stromdichte $\vec{j}_{\text{ind}}^{30}$.

$$j_{\text{ind}}^r(r, \bar{z}) = \frac{Ze v_o \omega_p^2}{(2\pi)^2} \int_0^\infty k^2 dk J_1(kr) + \quad (6.43)$$

$$* \left[\frac{\pi}{\omega_p^2 + k^2 v_o^2} \left(2 \cos\left(\frac{\bar{z}}{\bar{v}} \sqrt{\beta^2 k^2 + \omega_p^2}\right) + e^{k \bar{z}} \right) \right]$$

$$j_{\text{ind}}^z(r, \bar{z}) = \frac{Ze v_o \omega_p^2}{(2\pi)^2} \int_0^\infty k dk J_0(kr) + \quad (6.44)$$

$$* \left[\frac{\pi}{\omega_p^2 + k^2 v_o^2} \left(2 \sin\left(\frac{\bar{z}}{\bar{v}} \sqrt{\beta^2 k^2 + \omega_p^2}\right) \frac{v_o}{\bar{v}} \sqrt{\beta^2 k^2 + \omega_p^2} + k v_o e^{k \bar{z}} \right) \right]$$

Dabei wurden wieder die folgenden Abkürzungen gebraucht

$$\bar{z} = z - v_o t, \quad \bar{v}^2 = v_o^2 - \beta^2, \quad \beta^2 = \frac{3}{5} v_F^2 \quad (6.45)$$

Nach Separation der Komponenten in einen oszillierenden Anteil und einen exponentiellen Anteil schreiben sich Gleichungen

(6.43), (6.44) in der Form

$$j_{\text{ind}}^{r,1}(r, \bar{z}) = \frac{Ze v_o \omega_p^2}{(2\pi)^2} \int_0^\infty k^2 dk J_1(kr) \frac{\cos\left(\frac{\bar{z}}{\bar{v}} \sqrt{\beta^2 k^2 + \omega_p^2}\right)}{(k^2 v_o^2 + \omega_p^2)} \quad (6.46)$$

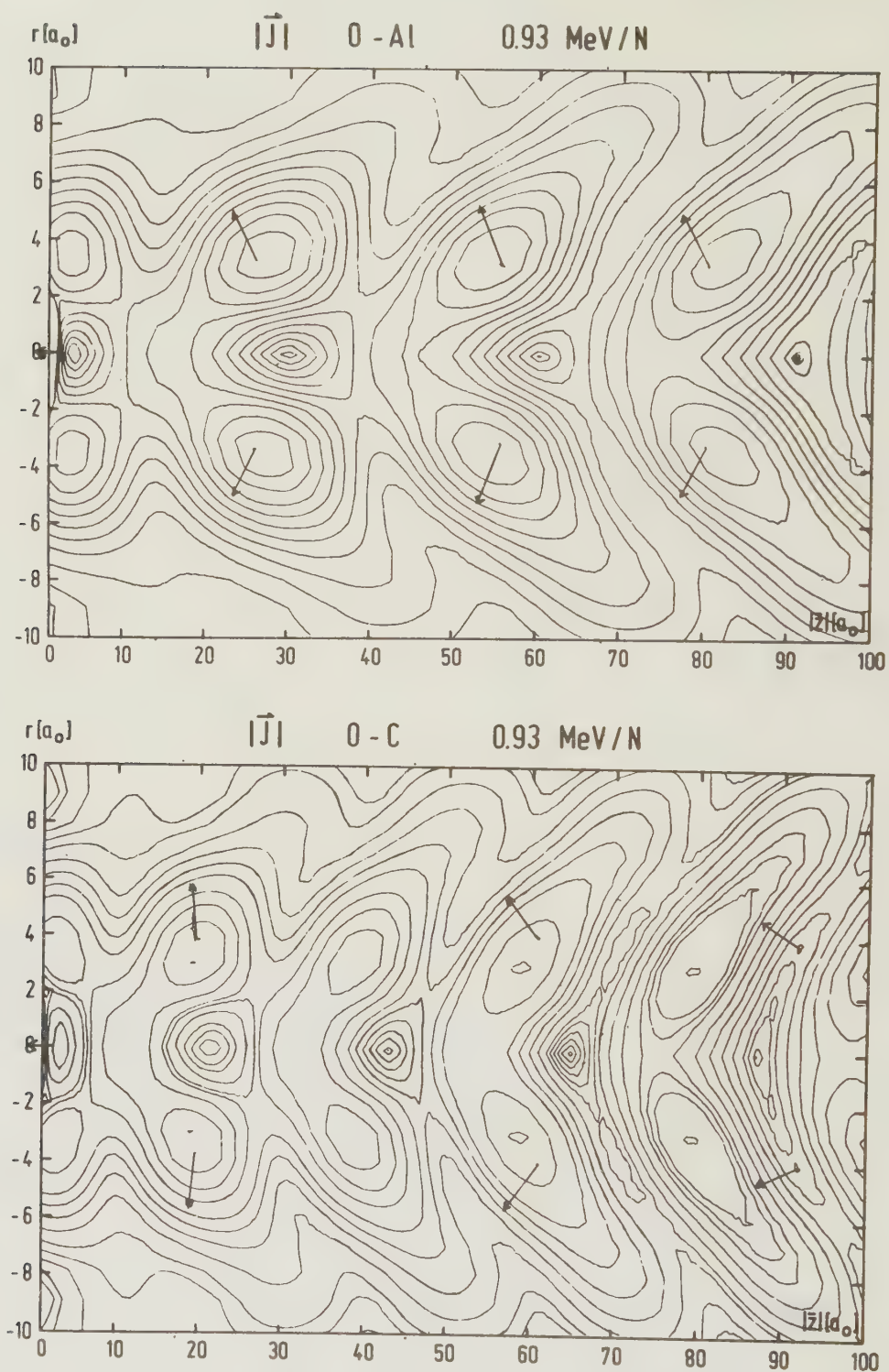


Fig. 36 : Vergleichende Höhenlinienplots der induzierten Stromdichte $|\vec{j}_{ind}|$ bei verschiedenen Targetelektronendichten als Funktion der Koordinaten $\bar{z}, r$; $E_{lab} = .93$ MeV/N. Richtung und Betrag der Stromdichte sind an verschiedenen Stellen durch Pfeile dargestellt.

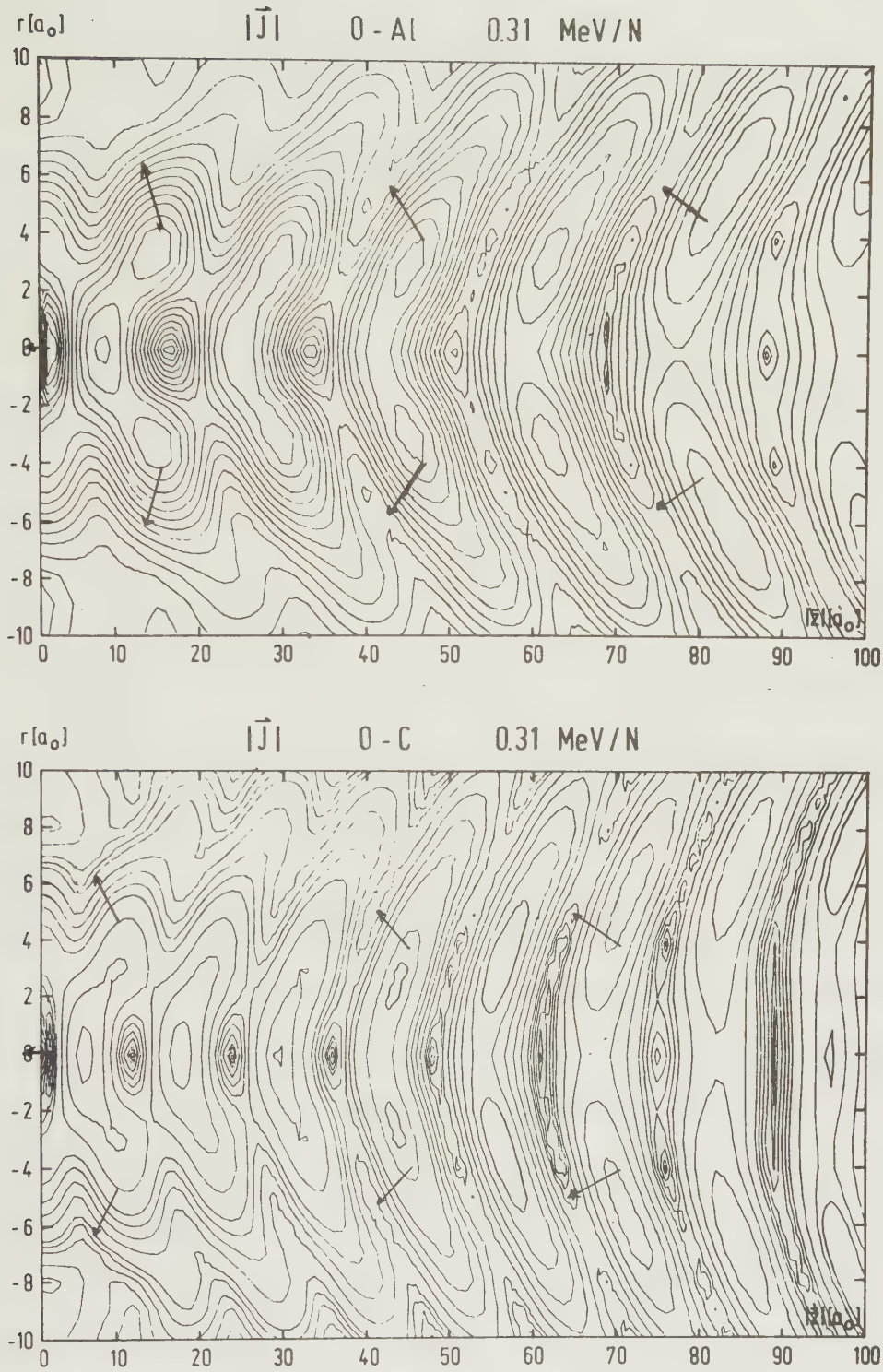


Fig. 35 : Vergleichende Höhenlinienplots der induzierten Strom-
 dichte $|\vec{j}_{ind}|$ bei verschiedenen Targetelektronendichten
 als Funktion der Koordinaten $\bar{z}, r$; $E_{lab} = .31 \text{ MeV/N}$.
 Richtung und Betrag der Stromdichte sind an verschie-
 denen Stellen durch Pfeile dargestellt.

6.4. Bestimmung der Energie und Winkelverteilungen der emittierten Schockelekttronen

Zur experimentellen Verifikation des beschriebenen Phänomens benötigt man neben der voraussichtlichen Emissionsrichtung in Form des Winkels θ_{em} , in erster Linie Informationen über die kinetische Energie der zu erwartenden Elektronen. Die Berechnung der induzierten Stromdichte $\vec{j}_{ind}$ und der Polarisationsladungsdichte $\mathcal{S}_{ind}$ an jedem Punkt der $\vec{z}-r$ Ebene, versetzt uns in die Lage die kollektive Flußgeschwindigkeit der Elektronen

$$v_g = \frac{|\vec{j}_{ind}|}{\mathcal{S}_0 + \mathcal{S}_{ind}} \quad (6.51)$$

in jedem Punkt der $\vec{z}-r$ Ebene zu bestimmen³⁰.

Die Gesamtgeschwindigkeit der Elektronen erhält man durch Hinzufügen einer mittleren Einteilchenbewegung zur Kollektivbewegung. Der zugehörige Emissionswinkel θ_{em} ergibt sich aus der Relation

$$\theta_{em}(\vec{z}, r) = \arccos \left(\frac{j_z^2}{j_{ind}^2} \right)^{1/2} \quad (6.52)$$

Auf diese Weise ist man in der Lage Größe und Richtung des Elektronenflusses an jedem Netzkpunkt der $\vec{z}-r$ -Ebene zu bestimmen³⁰.

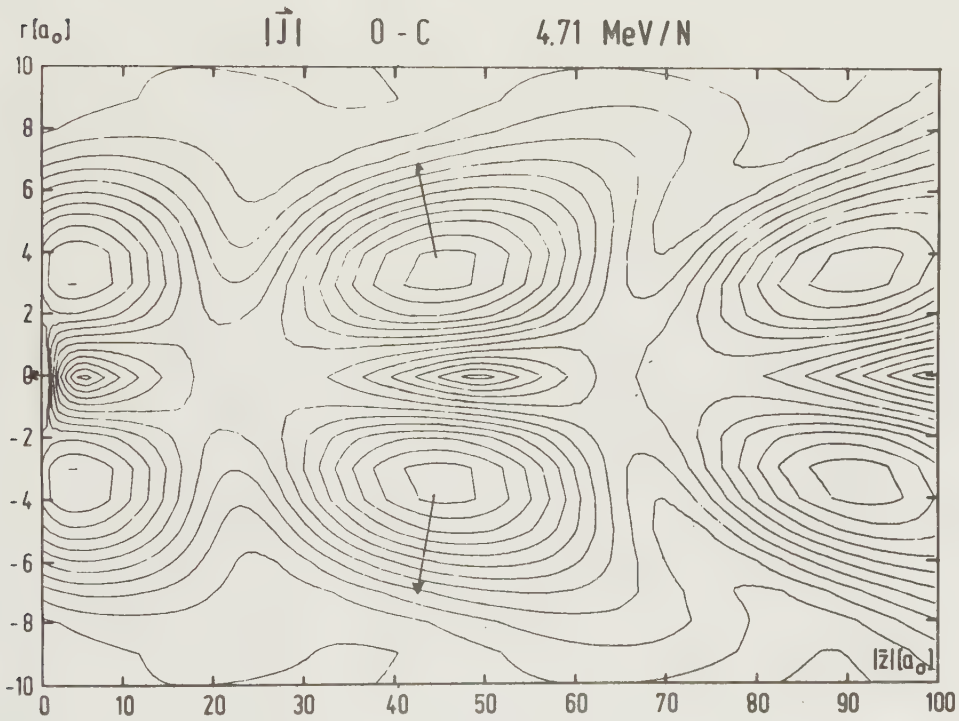
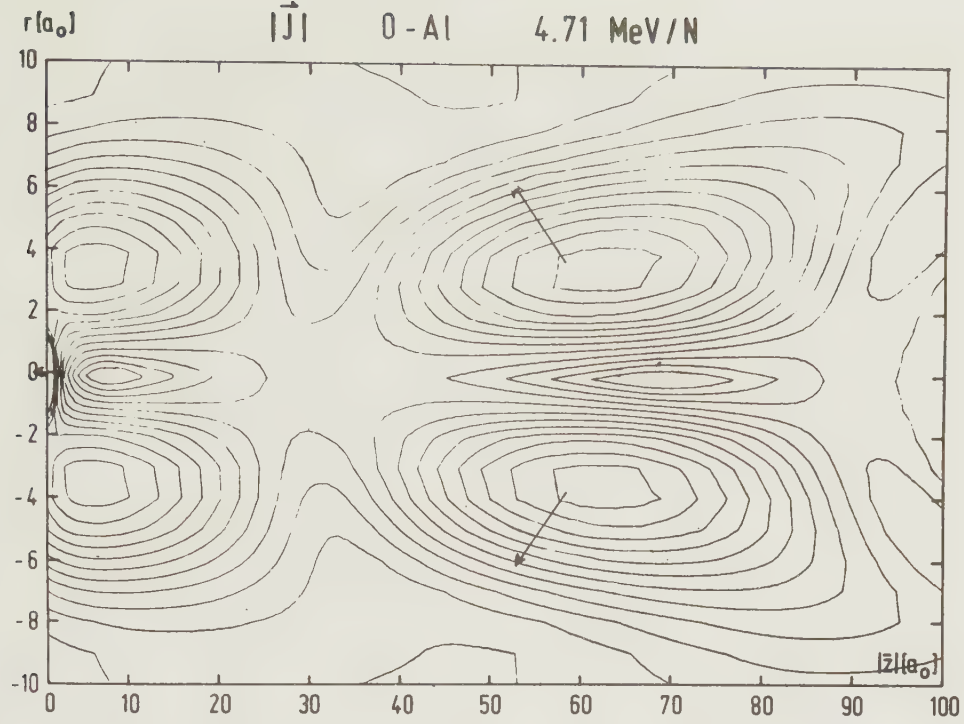


Fig. 37 : Vergleichende Höhenlinienplots der induzierten Stromdichte $|\vec{j}_{\text{ind}}|$ bei verschiedenen Targetelektronendichten als Funktion der Koordinaten $\bar{z}, r$; $E_{\text{lab}} = 4.7 \text{ MeV/N}$. Richtung und Betrag der Stromdichte sind an verschiedenen Stellen durch Pfeile gekennzeichnet.

Die Anzahl der pro Projektil emittierten Elektronen liegt dabei im Bereich um 1000 ± 300 , wobei all jene Elektronen das Target verlassen können, deren kinetische Energie größer als die Oberflächenpotentialbarriere ist ⁵⁸. Die Anzahl der Elektronen erhält man aus der Integration über den gesamten Winkelbereich. Die Verwendung von Schwerionenprojekten höherer Ladung und höherer Einschußenergie, wird die kinetische Energie der emittierten Elektronen erhöhen und den Emissionswinkel θ_{em} näher zu 90° hin verschieben (Fig.28a). Dies ist am Beispiel Xe - Al bei $E_{lab} = 10 \text{ MeV/N}$ in Abb.42 dargestellt.

Die kinetische Energie der Elektronen liegt bei ca. 12 eV, mit einem relativ scharfen Maximum im Emissionswinkel um $\theta_{em} = 85^\circ$. Dieses Energie- und Projektilabhängige Verhalten des Emissionswinkels kann im Experiment als klarer Hinweis auf ein Machschockphänomen gewertet werden.

Zur Vermeidung experimenteller Schwierigkeiten beim Auftreten von Transversalwinkeln, kann das Target gegen die Strahlachse gedreht werden ⁵⁹.

Ein Vergleich der in diesem Kapitel erhaltenen Ergebnisse mit dem in Kapitel 5 diskutierten Machschockphänomen in Kernmaterie zeigt, daß die charakteristischen Merkmale für das Auftreten von Machschockwellen in beiden Fällen deutlich erkennbar sind. Die qualitative Übereinstimmung der Resultate beider Betrachtungen ist evident.

Fig. 38 : Winkel- und Geschwindigkeitsverteilungen $dN/d\Omega$ und $d^2N/d\Omega dv_g$ der emittierten Machschockelektronen für das System S - Al bei verschiedenen Einschußenergien

Im folgenden wird angenommen, daß die Winkelverteilungen der emittierten Schockelektronen durch Oberflächeneffekte nicht mehr wesentlich beeinflußt werden.

Die zur Überwindung des Oberflächenpotentials benötigte kinetische Energie liegt in der Größenordnung der Fermienergie, so daß die Geschwindigkeit der emittierten Elektronen ungefähr der Geschwindigkeit der Kollektivbewegung v_g sein sollte.

Damit ist man in der Lage die Winkelverteilungen der emittierten Elektronen $dN/d\Omega$, sowie deren Geschwindigkeitsverteilung, in Form der doppeltdifferentiellen Größe $d^2N/d\Omega dv_g$, durch Integration der Stromdichtekomponenten über den ganzen Raum anzugeben.

Das Ergebnis ist für verschiedene Projektil-Target Kombinationen und Einschußenergien in den Abbildungen 38 - 42 dargestellt.

Man findet breite Maxima in den Winkelverteilungen, die mit ansteigender Projektilenergie E_{lab} und wachsender Projektilladung schmaler werden und eine deutliche Verschiebung zu größeren Emissionswinkeln hin erfahren. Die doppeltdifferentiellen Spektren zeigen ein analoges Verhalten mit zusätzlicher Information über den Energiebereich der emittierten Machschockelektronen.

Der mit zunehmender Projektilgeschwindigkeit v_0 zu beobachtende leichte Anstieg in der kinetischen Energie der Elektronen wird begleitet von einem Anwachsen der Signalgeschwindigkeit v_s , entsprechend der Machrelation Gl. (6.29).

Für das System S - Al bei $E_{lab} = .16 - 4.7$ MeV/N (Fig.38) variiert die Maximalenergie der emittierten Elektronen zwischen .6 eV und 4 eV als Funktion der Einschußenergie. Die Schallgeschwindigkeit

c_s ist: $c_s(Al) = 1.17 \cdot 10^8$ cm/sec, $c_s(C) = 1.46 \cdot 10^8$ cm/sec,

$c_s(U) = .95 \cdot 10^8$ cm/sec.

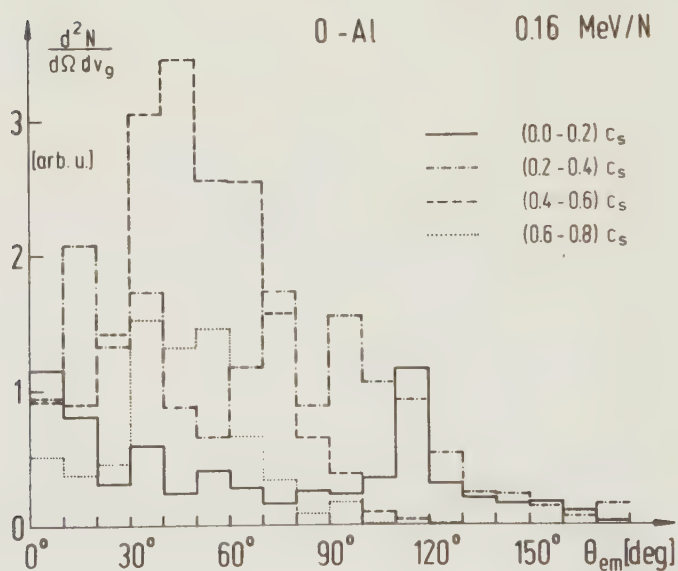
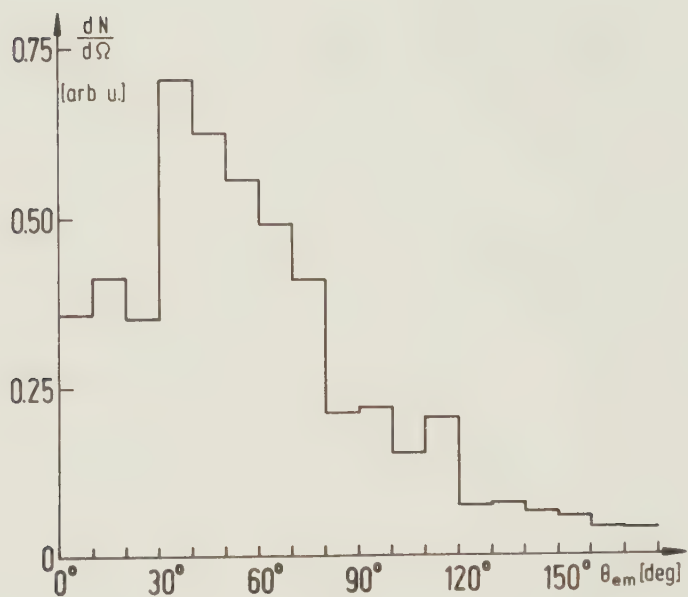
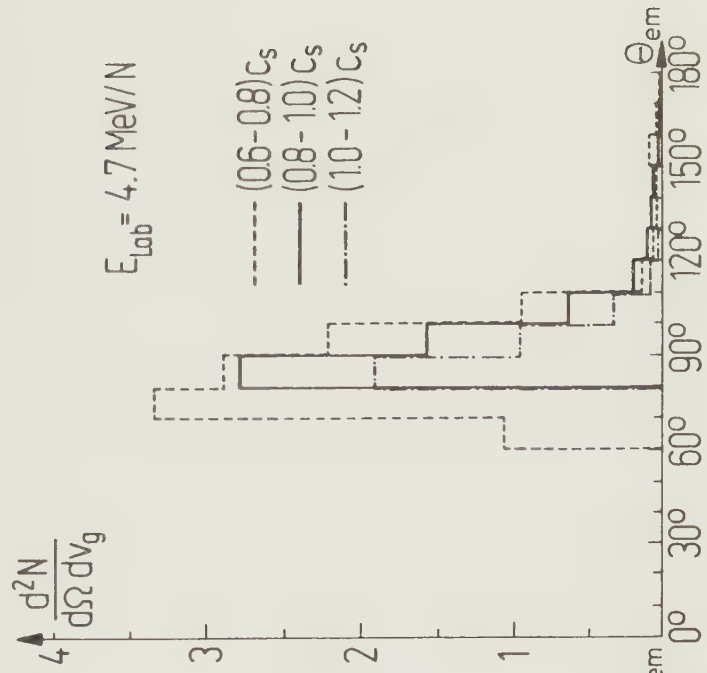
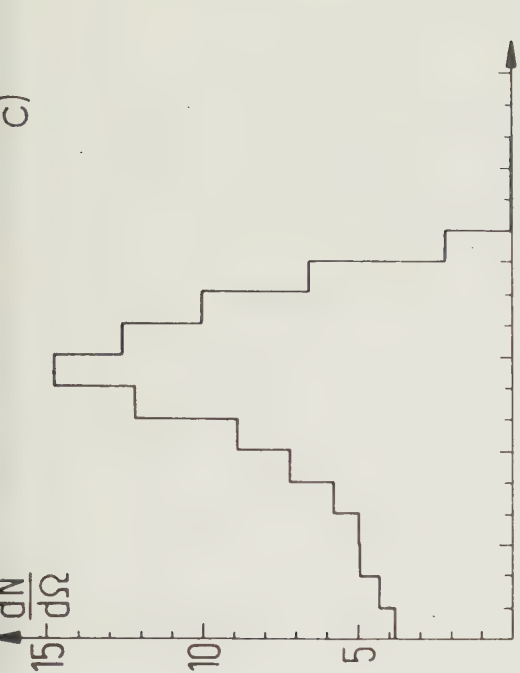
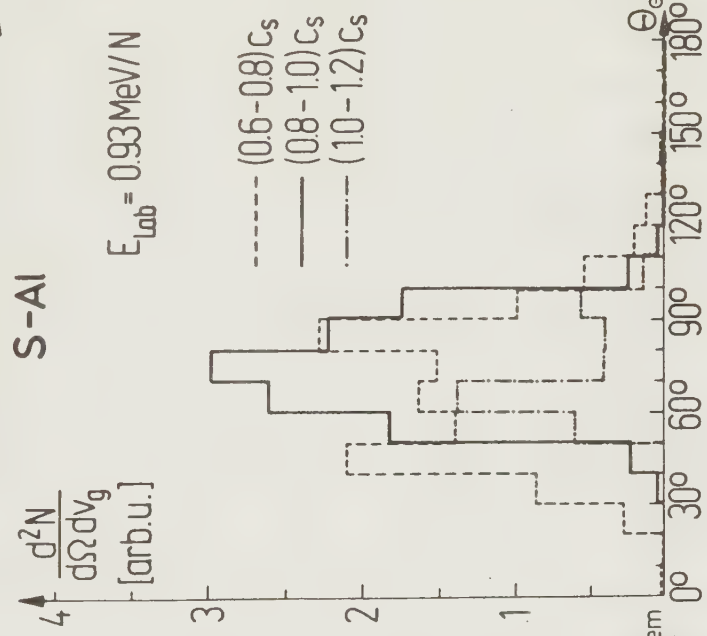
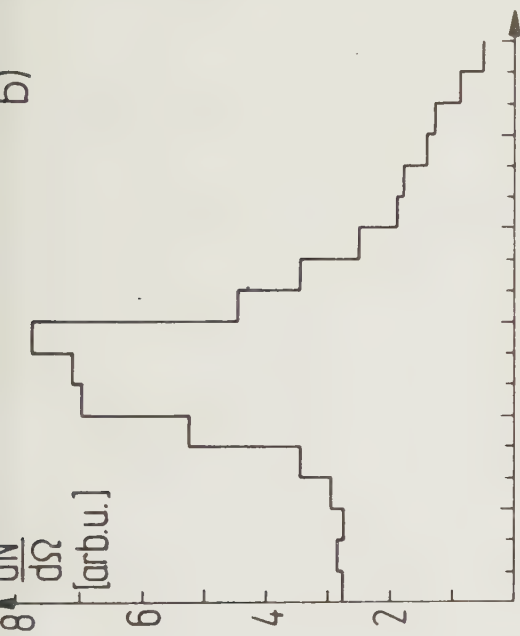
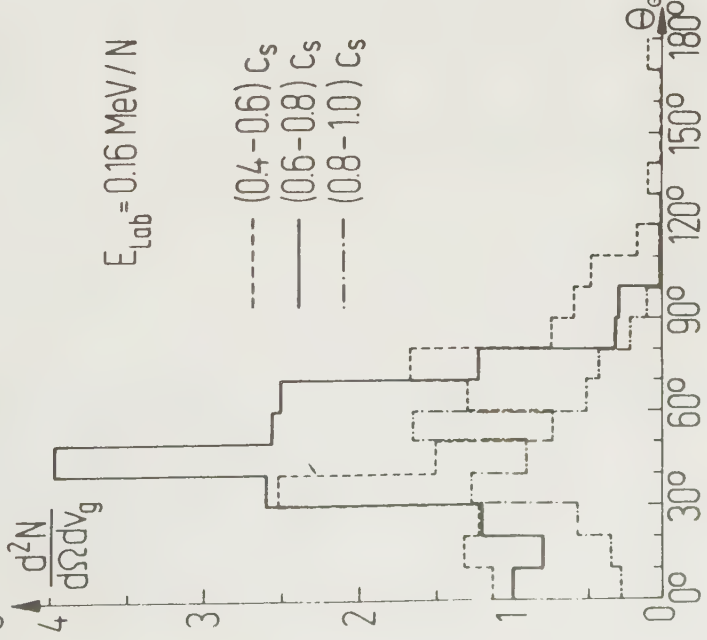
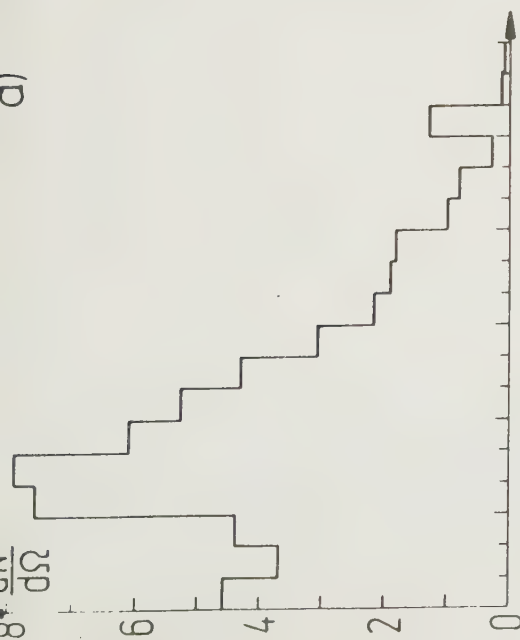


Fig. 39a : Winkel- und Geschwindigkeitsverteilungen $dN/d\Omega$, $d^2N/d\Omega dv_g$ der emittierten Machshockelektronen für O - Al bei $E_{lab} = .16$ MeV/N



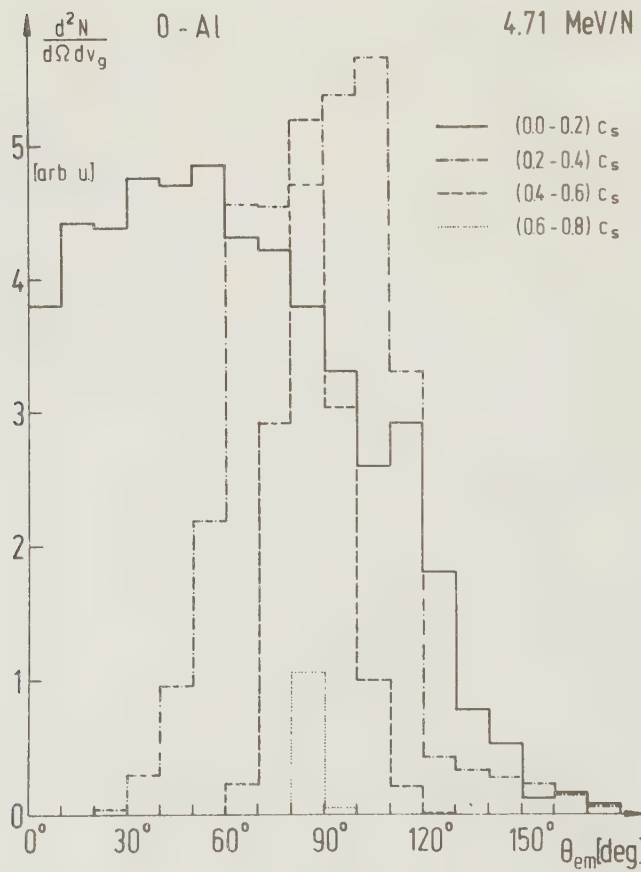
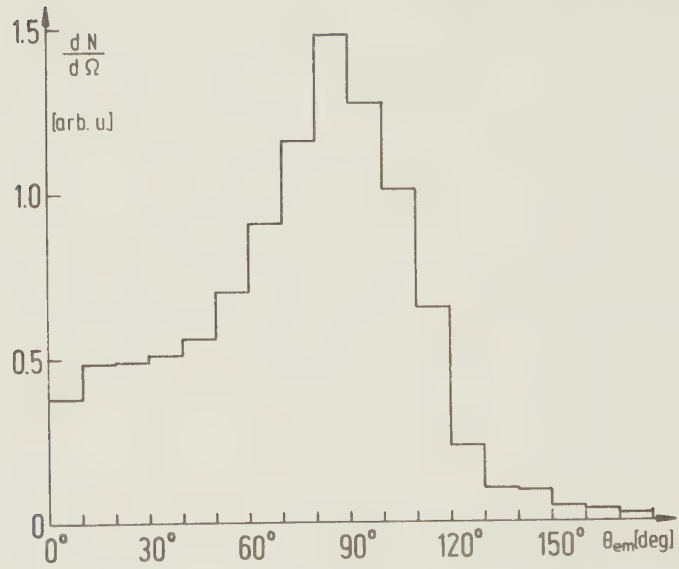


Fig. 39c : Winkel- und Geschwindigkeitsverteilung der emittierten Schockelektroden für O - Al bei $E_{lab} = 4.7 \text{ MeV/N}$

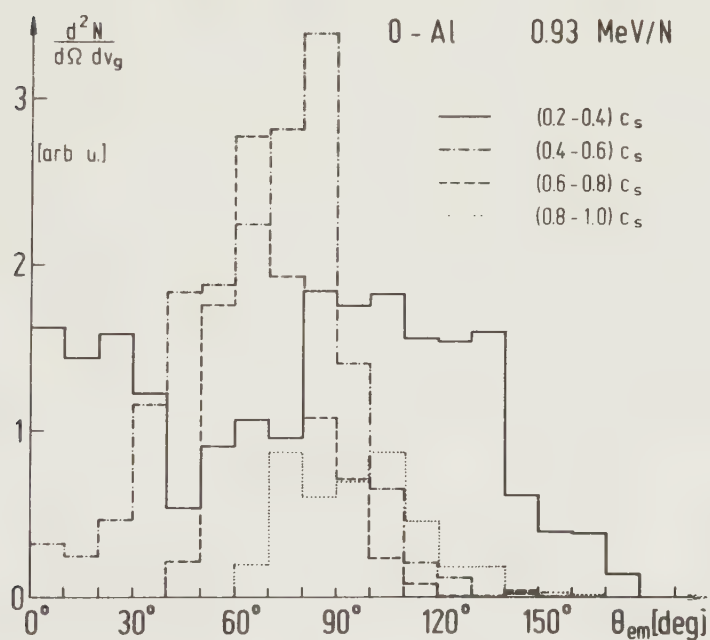
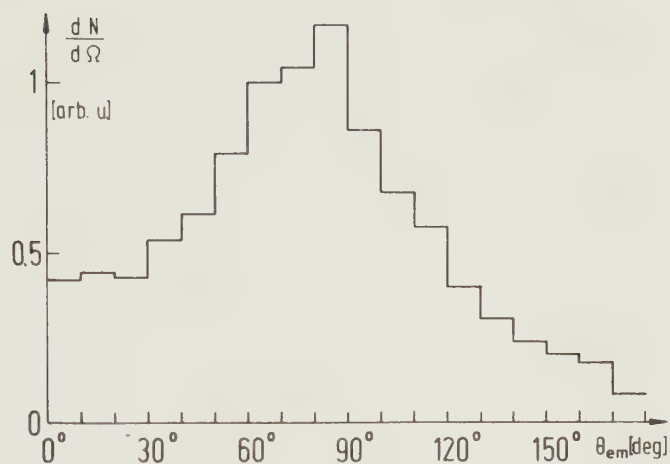


Fig. 39b : Winkel- und Geschwindigkeitsverteilung der emittierten Schockelektroden, $dN/d\Omega$, $d^2N/d\Omega dv_g$, für O - Al bei $E_{lab} = .93 \text{ MeV/N}$

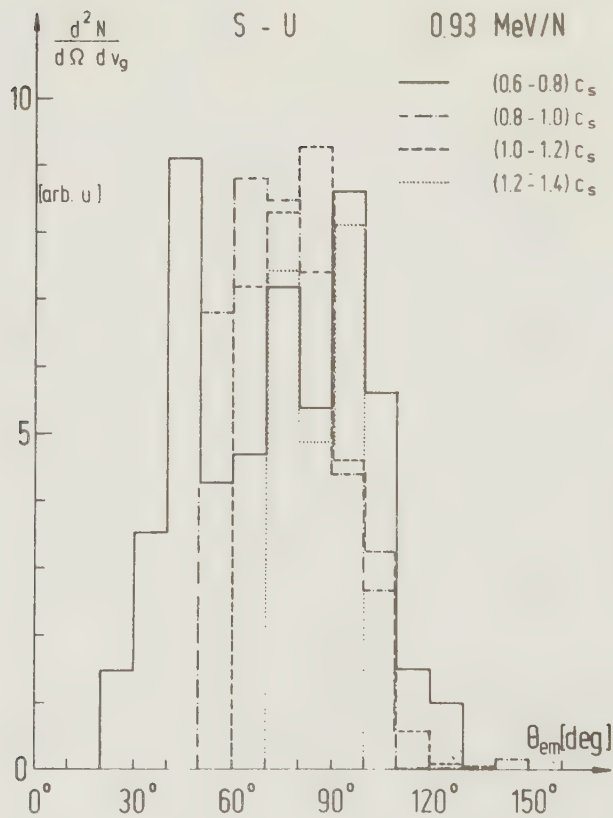
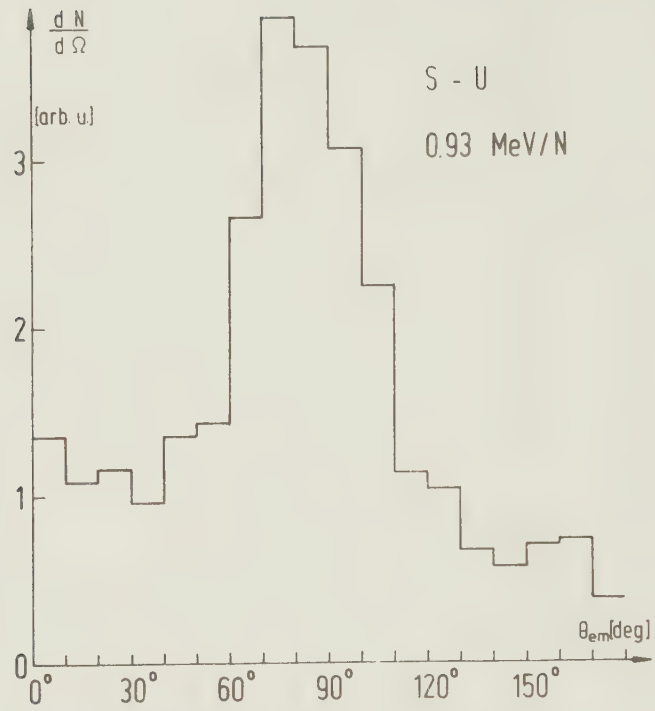


Fig. 40b : Winkel- und Geschwindigkeitsverteilungen der emittierten Schockelekttronen, $dN/d\Omega$ und $d^2N/d\Omega dv_g$, für das System S - U bei $E_{lab} = .93$ MeV/N

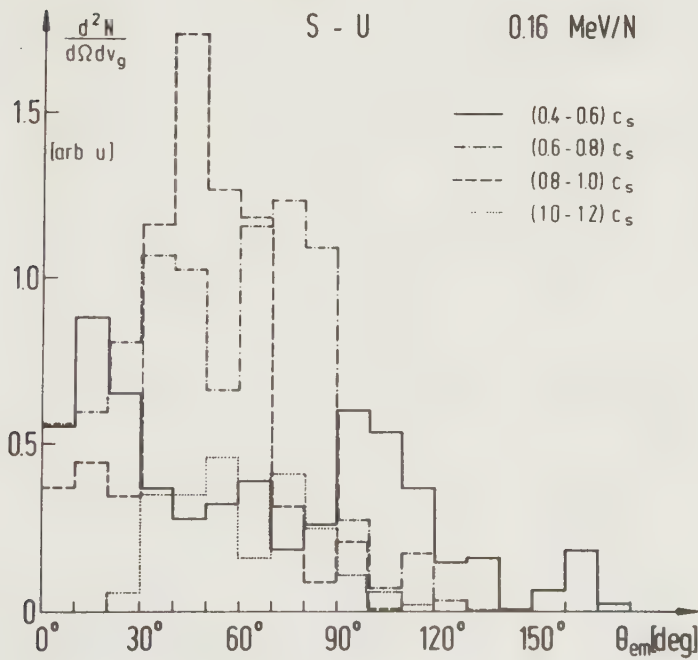
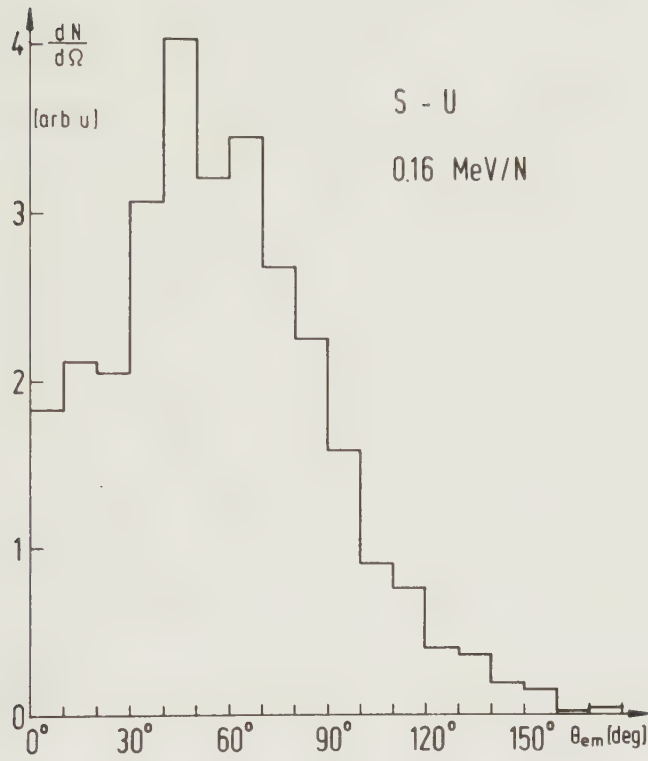


Fig. 40a : Winkel- und Geschwindigkeitsverteilung $dN/d\Omega$ und $d^2N/d\Omega dv_g$ der emittierten Schockelekttronen für das System S - U bei $E_{lab} = .16 \text{ MeV/N}$

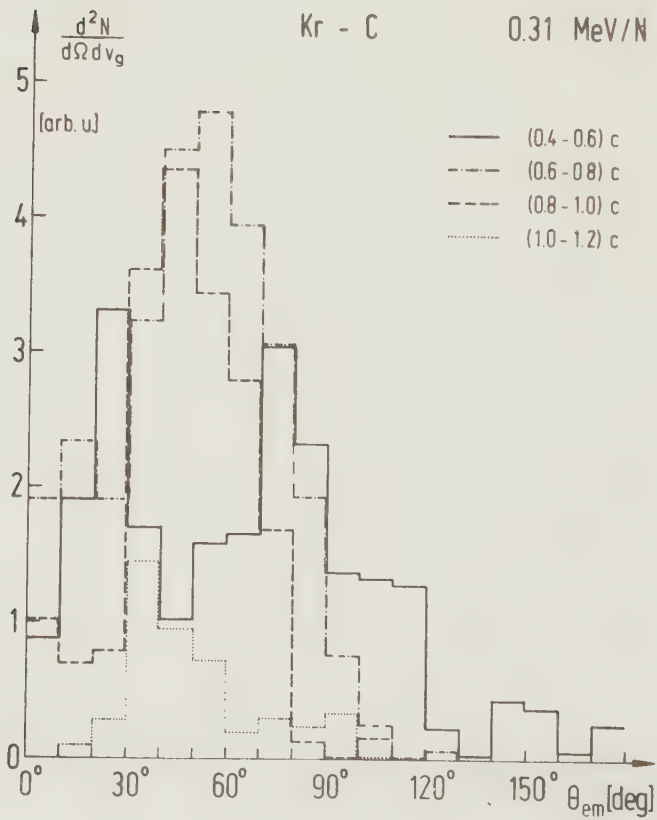
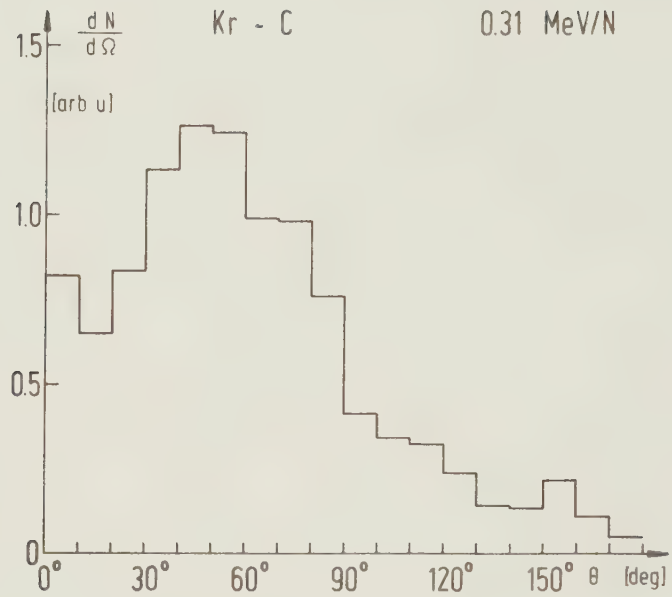


Fig. 41a : Winkel- und Geschwindigkeitsverteilung der emittierten Schockelekttronen, $dN/d\Omega$ und $d^2N/d\Omega dv_g$ für das System Kr - C bei $E_{lab} = .31$ MeV/N

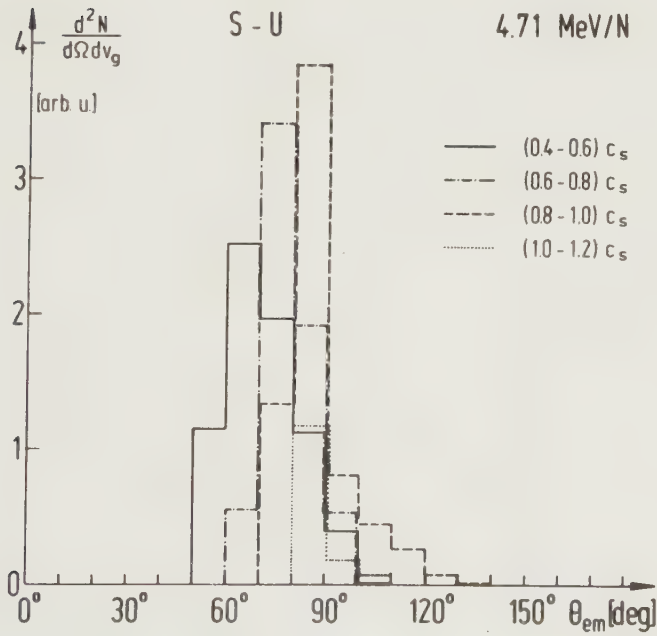
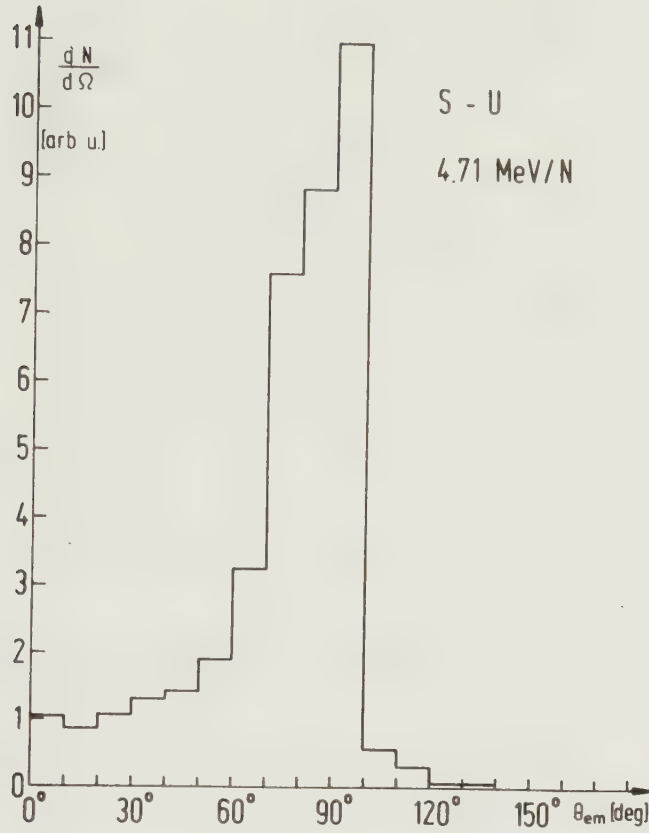


Fig. 40c : Winkel- und Geschwindigkeitsverteilung der emittierten Schockelekttronen, $dN/d\Omega$ und $d^2N/d\Omega dv_g$, für das System S - U bei $E_{lab} = 4.7 \text{ MeV/N}$

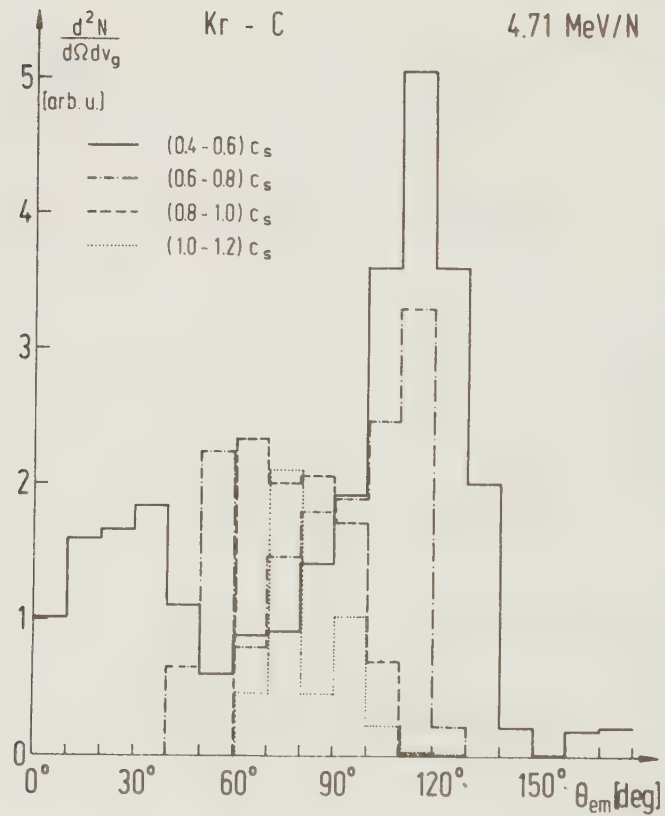
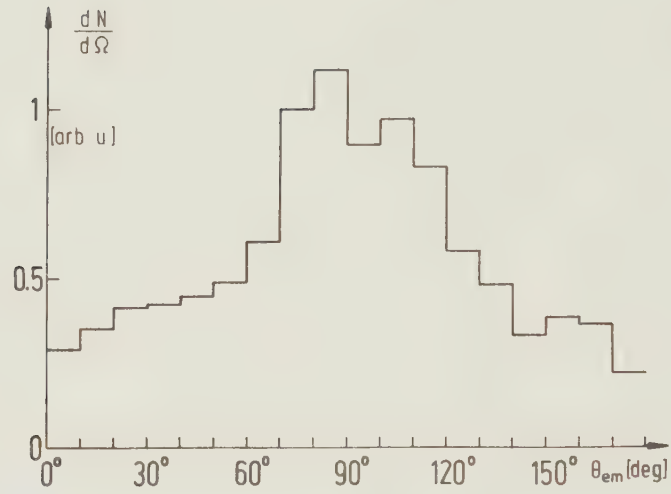


Fig. 41c : Winkel- und Geschwindigkeitsverteilung der emittierten Schockelektroden, $dN/d\Omega$ und $d^2N/d\Omega dv_g$ für das System Kr - C bei $E_{lab} = 4.7$ MeV/N

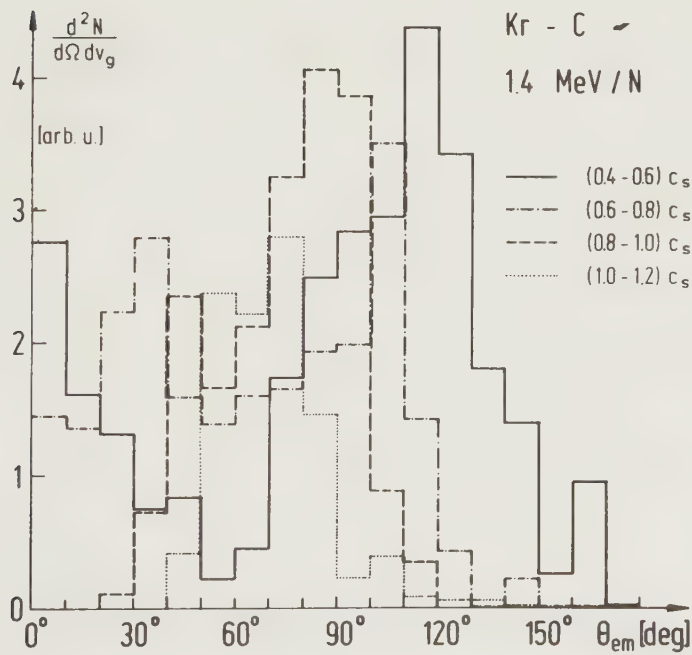
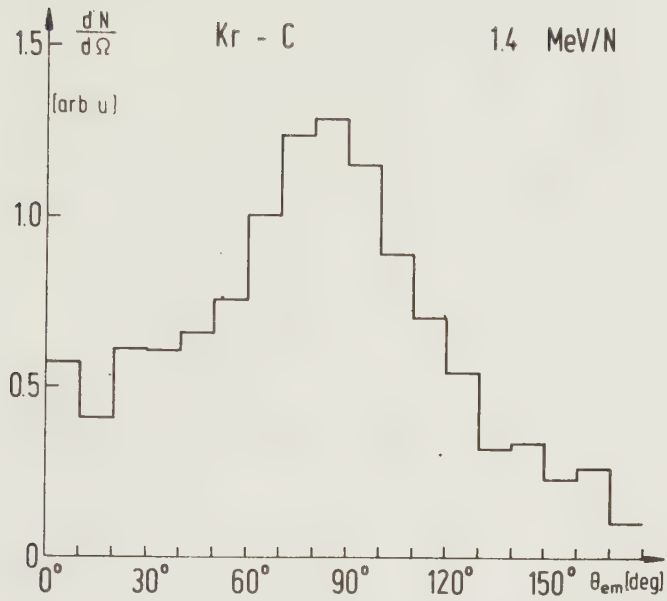


Fig. 41b : Winkel- und Geschwindigkeitsverteilung der emittierten Schockelektroden, $dN/d\Omega$ und $d^2N/d\Omega dv_g$ für das System Kr - C bei $E_{lab} = 1.4 \text{ MeV/N}$

6.5. Erste experimentelle Befunde

Erste Versuche zur experimentellen Verifikation von Schwerionen-induzierten Machschockwellen im Elektronenplasma von Festkörpern anhand gemessener Intensitätsverteilungen von aus dem Target emittierten Elektronen, wurden 1979 von K.O.Groeneveld und Mitarbeitern in Frankfurt durchgeführt.

Hierbei wurden sowohl Festkörpertargets (C,Al) als auch Gas-targets (CH_4 , CO_2) mit verschiedenen Projektilen (H,C,O) bei zunächst festgehaltener Einschußenergie $E_{\text{lab}} = .3 \text{ MeV/N}$ untersucht. Der Versuchsaufbau ist schematisch in Fig. 43 dargestellt ⁶⁰.

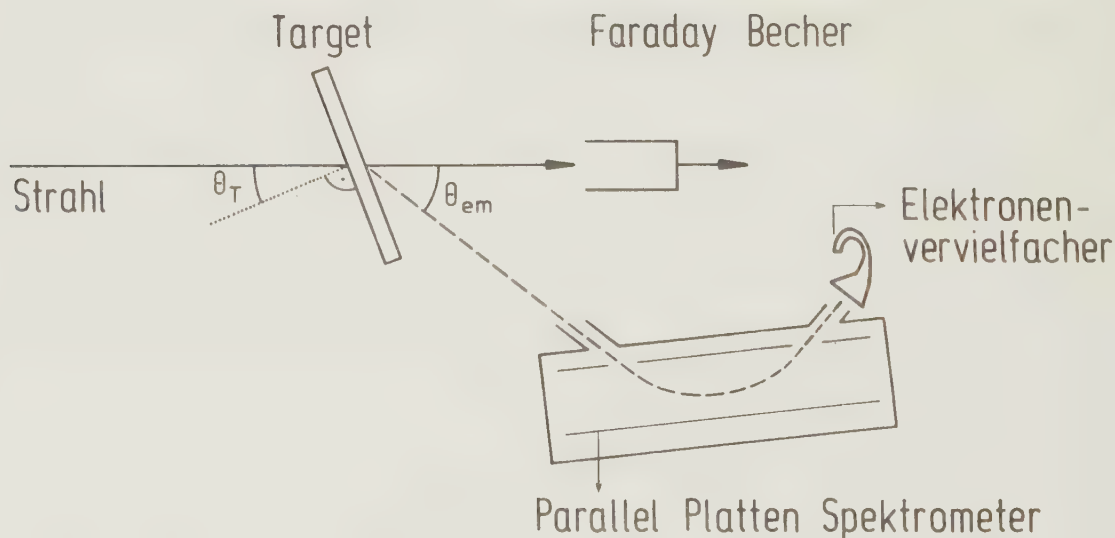


Fig. 43 zeigt den in Ref. 31 verwendeten Versuchsaufbau (Ref.60)

Das Target war so angebracht, daß es gegen die Strahlachse gedreht werden konnte (θ_T). Das Elektronenspektrometer war

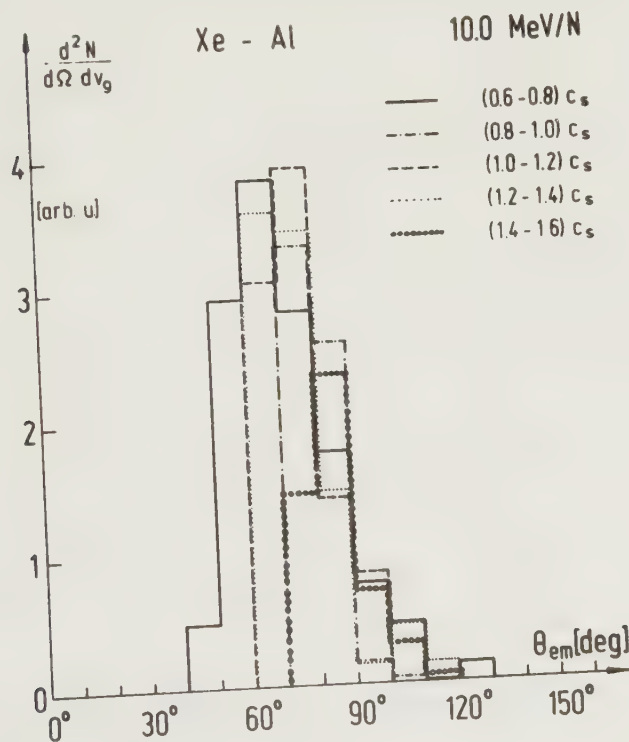
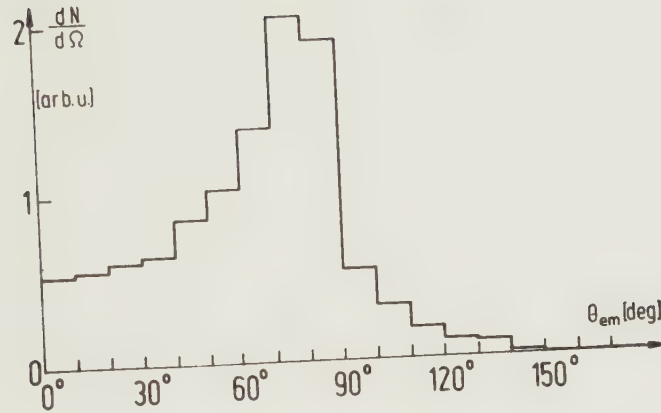


Fig. 42 : Winkel- und Geschwindigkeitsverteilung der emittierten Schockelekttronen, $dN/d\Omega$ und $d^2N/d\Omega dv_g$, für das System Xe - Al bei $E_{lab} = 10$ MeV/N

Vorbehaltlich weiterer Experimente bei verschiedenen Projektil-Target Kombinationen und höheren Einschußenergien legt die relativ gute Übereinstimmung von Theorie und Experiment den Schluß nahe, daß es sich bei den beobachteten Emissionselektronen um Machschockelektronen handelt.

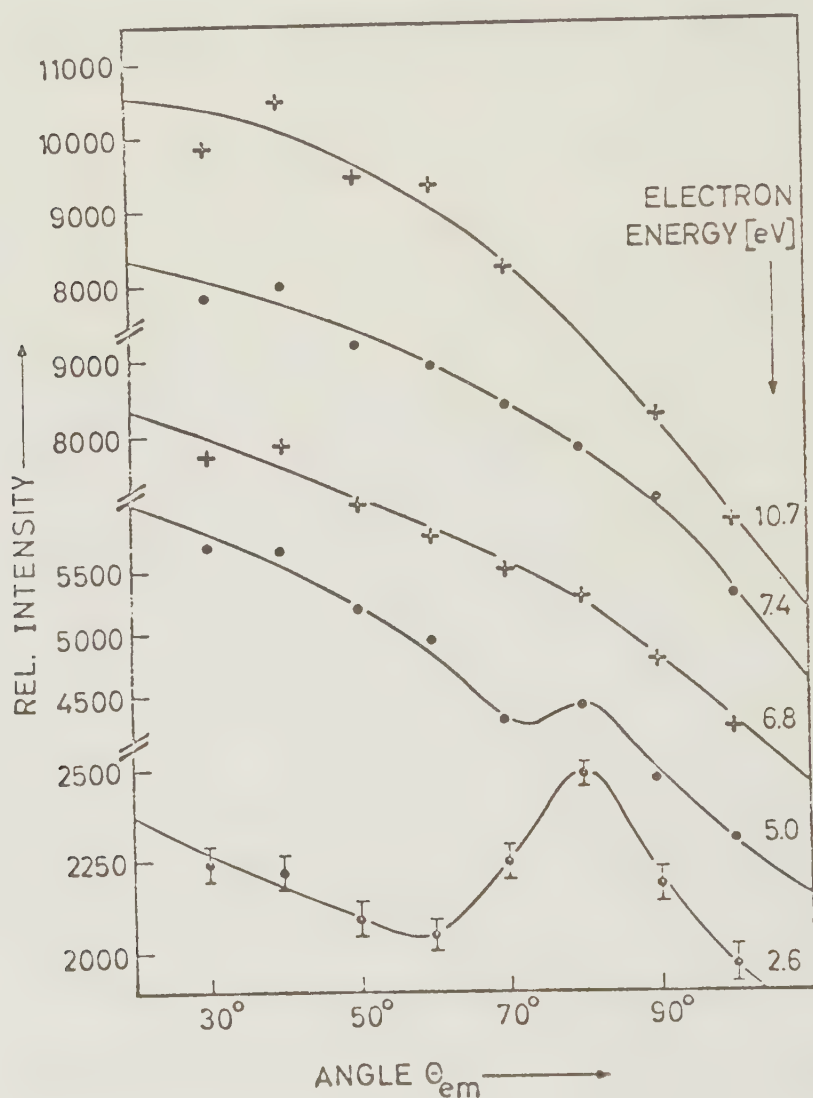


Fig. 44 : Experimentelle Winkelverteilung emittierter Elektronen aus der Reaktion C - C bei $E_{lab} = .3 \text{ MeV/N}$ (Ref.31)

unter dem jeweiligen Beobachtungswinkel Θ_L beweglich angebracht. Gemessen wurden Elektronenenergiespektren im Bereich von .1 eV bis 20 eV und bei Emissionswinkeln zwischen $30^\circ < \Theta_{em} < 110^\circ$. Um Schatteneffekte bei den Messungen auszuschließen wurde sowohl mit zur Strahlachse fester Targetposition ($\Theta_T = \text{const.}$) als auch bei konstantem Winkel zwischen Targetoberfläche und Spektrometer ($\Theta_T + \Theta_{em} = \text{const.}$) gemessen.

Die beobachtete Winkelverteilung der emittierten Elektronen für das System C - C bei $E_{lab} = .3 \text{ MeV/N}$ zeigt nach Ref. 31 deutliche Maxima im Emissionswinkel zwischen $60^\circ \lesssim \Theta_{em} \lesssim 90^\circ$ und bei einer Elektronenenergie um $E_e \approx 2.5 - 5 \text{ eV}$. Die Breite der Verteilung $\Delta\Theta_{em}$ beträgt ungefähr 25° .

Die in Abb. 44 aufgezeigte Struktur tritt nur bei Verwendung von Festkörpertargets auf. Vergleichsmessungen mit CH_4 - bzw. CO_2 - Gastargets zeigen einen durchgehend glatten Kurvenverlauf des Spektrums.

Bei Verwendung von Protonen als Projektilteilchen und Festkörpertargets gibt es ebenfalls keinerlei Hinweise auf Strukturen im Energiespektrum der emittierten Elektronen, was durch das vergleichsweise geringe Störpotential des eindringenden Protons erklärt werden kann.

Die nach der Theorie erwarteten Werte für das System C - C bei $E_{lab} = .3 \text{ MeV/N}$ sind $E_e < 4 \text{ eV}$ und ein Emissionswinkel von $\Theta_{em} \approx 70^\circ$, mit einer Breite von $\Delta\Theta_{em} \approx 30^\circ$. Die Plasmonenenergie in Kohlenstoff wurde mit $\hbar\omega_p \approx 20 \text{ eV}$ angenommen⁶¹.

nisse mit einigen experimentellen Daten ³¹, zumindest qualitativ die Existenz des Machschockphänomens im Elektronenplasma von Festkörpern.

Das Auftreten der in dieser Arbeit diskutierten Wellenphänomene sollte unter Umständen auch in Laserfusionsplasmen beobachtbar sein. Die durch die Schockwellen in einem Pellet hervorgerufenen Temperaturerhöhungen könnten sich in Veränderungen der Struktur von Satellitenbanden bei der Spektroskopie solcher Plasmen bemerkbar machen ⁶⁵.

In ähnlicher Weise könnten solche Wellenphänomene bei der Schwerionenbestrahlung von Tumorzentren des menschlichen Körpers neue Aspekte in der Strahlenbiologie eröffnen ⁶⁶. Die Zerstörung von Elektronenbindungen in Zellstrukturen in der Nähe des Projektilweges durch das Auftreten von Schockwellen könnte sich in Zukunft durchaus als wichtig erweisen.

Zur Erörterung solcher Probleme muß jedoch auf jeden Fall die Problematik der in unsre Betrachtungen eingegangenen Näherungen diskutiert werden. Hierzu gehören neben der Berücksichtigung von Nichtlinearitäten in der Antwortfunktion des Plasmas, genauere Betrachtungen zur Ausdämpfung des kollektiven Modes im Bereich kleiner Wellenzahlen, sowie die Kopplung von kollektiven und Einteilchenfreiheitsgraden an der Oberfläche. Die Verwendung effektiver Größen bei der Beschreibung des Plasmas (m_e^* , ω_p^* , etc) sollten beim Auftreten oftmals nicht unerheblicher Polarisationsdichten ebenfalls erörtert werden. Ei -

7. Zusammenfassung und Ausblick

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Betrachtungen zur Anregung von Dichtefluktuationen im Elektronenplasma von Festkörpern, dem sog. "wake"-Effekt, zeigten, daß die kollektiven Oszillationen im Gefolge eines durch ein Plasma laufenden Störteilchens mit dem Auftreten von Machschockwellen zu erklären sind ^{29 - 31}.

Die durch den Beschuß mit Schwerionen induzierten kollektiven Dichtefluktuationen im Elektronenplasma wurden auf der Grundlage des Wakepotentials untersucht. Das Verhalten der induzierten Polarisationsladungsdichten als Funktion der Projektilenergie E_{lab} und der Gleichgewichtsdichte des Plasmas wurde im Rahmen des Schockwellenbildes interpretiert, wonach es zur gerichteten Emission von Elektronen aus den Verdichtungszone hinter dem Projektil kommen sollte. Die Geschwindigkeit der Machschockwelle im Plasma erhielten wir dabei über die Machbeziehung $\cos \Theta_{em} = v_s/v_0$.

Durch Berechnung der induzierten Stromdichten $\vec{j}_{ind}$ aus der Kontinuitätsgleichung bestimmten wir über die induzierten Dichten die kinetische Energie der emittierten Elektronen. Die berechneten Winkel- und Energieverteilungen für eine Reihe unterschiedlicher Projektil - Target Kombinationen wurden im Kapitel 6.4 diskutiert.

Wenngleich noch keine endgültigen Aussagen gemacht werden können, bestätigt doch ein Vergleich der theoretischen Ergeb-

Anhang A

Berechnung des Integrals I_ω unter Berücksichtigung der Pole in der komplexen Ebene für das Potential $\phi(\bar{z}, r)$

Gleichung (6.11) in Kapitel 6 lautet für I_ω

$$I_\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i \frac{\omega}{v_0} (z - v_0 t)}}{K^2 \epsilon_{||}(\vec{k}, \omega)} d\omega \quad (\text{A.1})$$

wobei die dielektrische Funktion $\epsilon_{||}(\vec{k}, \omega)$ nach Gl. (6.14) definiert ist zu

$$\epsilon_{||}(\vec{k}, \omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\beta^2 k^2 - \omega^2} \quad (\text{A.2})$$

$$\text{mit } K^2 = k^2 + \omega^2/v_0^2 \quad (\text{A.3})$$

Einsetzen von Gl. (A.2) und Gl. (A.3) in Gl. (A.1) ergibt

$$I_\omega = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{i \frac{\omega}{v_0} (z - v_0 t)} \frac{\beta^2 v_0^2 k^2 + \beta^2 \omega^2 - v_0^2 \omega^2}{\omega^4 \left(\frac{\beta^2}{v_0^2} - 1 \right) + \omega^2 (2k^2 \beta^2 + \omega_p^2 - v_0^2 k^2) + v_0^2 k^4 \beta^2 + v_0^2 k^2 \omega_p^2} \quad (\text{A.4})$$

Durch die Substitutionen

$$\omega^2 = \Omega, \quad \bar{v}^2 = v_0^2 - \beta^2 \quad (\text{A.5})$$

ändert sich Gl. (A.4) in

$$I_\omega = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{i \frac{\omega}{v_0} (z - v_0 t)} \frac{\Omega \bar{v}^2 - \beta^2 v_0^2 k^2}{\Omega^2 \left(1 - \frac{\beta^2}{v_0^2} \right) + \Omega (k^2 \bar{v}^2 - \beta^2 k^2 - \omega_p^2) - (v_0^2 k^4 \beta^2 + v_0^2 k^2 \omega_p^2)} \quad (\text{A.6})$$

Mit dieser Umformung hat man die Gleichung 4. Grades in im Nenner des Integranden in eine quadratische Gleichung umgewandelt, die sich einfach auflösen läßt. Die Nullstellen

ne Beantwortung dieser Fragen scheint mir im Rahmen des hier betrachteten Modells jedoch nur mit Einschränkungen möglich zu sein. Man sollte hierzu u. U. die Verwendung eines hydrodynamischen Modells in Erwägung ziehen.

$$I_{\omega} = -2\pi i \sum \text{Residuen} \quad (\text{A.8})$$

Konkret wird damit aus Gl. (A.6)

$$I_{\omega} = -2\pi i \frac{v_0^2}{\bar{v}^2} \left[\frac{e^{i \frac{\omega_1}{v_0} (z - v_0 t)} (\omega_1^2 \bar{v}^2 - \beta^2 v_0^2 k^2)}{(\omega_1 - \omega_2) (\omega_1 - \omega_3) (\omega_1 - \omega_4)} \right. \\ + \frac{e^{i \frac{\omega_2}{v_0} (z - v_0 t)} (\omega_2^2 \bar{v}^2 - \beta^2 v_0^2 k^2)}{(\omega_2 - \omega_1) (\omega_2 - \omega_3) (\omega_2 - \omega_4)} \\ \left. + \frac{e^{i \frac{\omega_4}{v_0} (z - v_0 t)} (\omega_4^2 \bar{v}^2 - \beta^2 v_0^2 k^2)}{(\omega_4 - \omega_1) (\omega_4 - \omega_2) (\omega_4 - \omega_3)} \right] \quad (\text{A.9})$$

Einsetzen der Nullstellen in Gl. (A.9) und Zusammenfassen der Ausdrücke ergibt

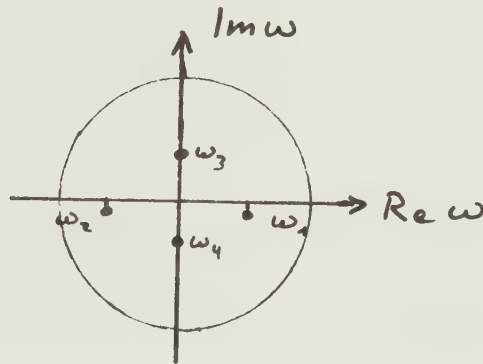
$$I_{\omega} = -2\pi i \frac{v_0^2}{\bar{v}^2} \left[\frac{\omega_1^2 \bar{v}^2 - \beta^2 v_0^2 k^2}{2\omega_1 (\omega_1^2 - \omega_3^2)} \left(e^{i \frac{\omega_1}{v_0} (z - v_0 t)} - e^{-i \frac{\omega_3}{v_0} (z - v_0 t)} \right) \right. \\ \left. + \frac{\omega_4^2 \bar{v}^2 - \beta^2 v_0^2 k^2}{2\omega_3 (\omega_4^2 - \omega_2^2)} e^{-i \frac{\omega_3}{v_0} (z - v_0 t)} \right] \quad (\text{A.10})$$

$$= \frac{-\pi i v_0^2}{\bar{v}^2 \omega_1 \omega_3 (\omega_1^2 - \omega_3^2)} \left[(\omega_1^2 \bar{v}^2 - \beta^2 v_0^2 k^2) \omega_3 2i \sin \left[\frac{\omega_1}{v_0} (z - v_0 t) \right] \right. \\ \left. + (\omega_3^2 \bar{v}^2 - \beta^2 v_0^2 k^2) \omega_1 e^{-i \frac{\omega_3}{v_0} (z - v_0 t)} \right] \quad (\text{A.11})$$

dieser Gleichung beschreiben die Pole des Integranden in der komplexen Ebene. Man erhält:

$$\begin{aligned}\omega_1 &= \frac{v_0}{v} \sqrt{\beta^2 k^2 + \omega_p^2} & \omega_2 &= -\frac{v_0}{v} \sqrt{\beta^2 k^2 + \omega_p^2} \\ \omega_3 &= i k v_0 & \omega_4 &= -i k v_0\end{aligned}\quad (\text{A.7})$$

Die Lage der 4 Pole in der komplexen Ebene läßt sich so darstellen



wobei die Verschiebungsrichtung der Pole auf der realen Achse aus der Interpretation des physikalischen Sachverhaltes folgt⁵². Bei Anregung einer hinter dem Projektil herlaufenden Störung haben wir es mit einem Retardierungsproblem zu tun, mit der Randbedingung, daß sich die Störung nur vorwärts in der Zeit ausbreiten kann. Der Integrationsweg muß daher so deformiert werden, (Addition von $-i\varepsilon$), daß das Integral nur für $t > 0$ einen Beitrag liefert. Dies führt zu der in der Abbildung skizzierten Lage der Pole.

Zur Berechnung des Integrals führt man eine Partialbruchzerlegung des Integranden durch und erhält bei Schließen des Integrationsweges über die untere Halbebene nach dem

Residuensatz⁵¹

Anhang B

Auswertung des Integrals I_ω und Bestimmung der Pollen für die Polarisationsladung $\mathcal{S}_{\text{ind}}$

Nach Gleichung (6.24), Kapitel 6, ist das Integral über gegeben zu

$$I_\omega = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i \frac{\omega}{v_0} (z - v_0 t)} \left(\frac{1}{\epsilon} - 1 \right) d\omega \quad (\text{B.1})$$

Unter Verwendung der dielektrischen Funktion Gl. (6.14) bzw. Gl. (A.2) und der Definitionsgleichung für $\vec{K}$

$$\vec{K}^2 = k^2 + \frac{\omega^2}{v_0^2} \quad (\text{B.2})$$

ergibt sich, nach Einsetzen, für Gl. (B.1)

$$I_\omega = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{i \frac{\omega}{v_0} (z - v_0 t)} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \beta^2/v_0^2 \omega^2 - \beta^2 k^2 - \omega_p^2} \quad (\text{B.3})$$

Durch Auflösen der quadratischen Gleichung im Nenner werden analog zu Anhang A die Pole des Integranden bestimmt

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{v_0}{\beta} \left(\beta^2 k^2 + \omega_p^2 \right)^{1/2} \\ \omega_2 &= -\frac{v_0}{\beta} \left(\beta^2 k^2 + \omega_p^2 \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Da beide Werte auf der reellen Achse in der komplexen Ebene liegen, muß man die gleichen Betrachtungen wie in Anhang A bezüglich der Verschiebungsrichtung der Pole durchführen

Hierbei wurde verwendet, daß $\omega_1 = -\omega_2$ und $\omega_3 = -\omega_4$.

Ersetzt man in Gl. (A.11) die Werte für die Nullstellen aus Gl. (A.7) erhält man

$$I\omega = \frac{\pi v \bar{v}}{\sqrt{\beta^2 k^2 + \omega_p^2} (\omega_p^2 + k^2 v_o^2)} \left[2\omega_p^2 \sin\left(\frac{\bar{z}}{\bar{v}} \sqrt{\omega_p^2 + \beta^2 k^2}\right) + \frac{v_o^2 k^2}{\bar{v}} \sqrt{\beta^2 k^2 + \omega_p^2} e^{\bar{z} k} \right] \quad (\text{A.12})$$

mit $\bar{z} = z - v_o t$.

Durch Einsetzen von Gl. (A.12) in Gl. (6.11) erhält man für das Wakepotential $\phi(\bar{z}, r)$ den durch Gl. (6.16) gegebenen Ausdruck

$$\begin{aligned} \phi_1(\bar{z}, r) &= \frac{2Ze\bar{v}}{\omega_p^2} \int_0^\infty k dk J_0(kr) \frac{\sin\left(\frac{\bar{z}}{\bar{v}} \sqrt{\omega_p^2 + \beta^2 k^2}\right)}{\sqrt{1 + \frac{k^2 \beta^2}{\omega_p^2}} \left(1 + \frac{k^2 v_o^2}{\omega_p^2}\right)} \\ \phi_2(\bar{z}, r) &= \frac{Ze v_o^2}{\omega_p^2} \int_0^\infty k^2 dk J_0(kr) \frac{e^{k \bar{z}}}{1 + \frac{k^2 v_o^2}{\omega_p^2}} \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Anhang C

Analytische Darstellung des Integrals über k bei der Berechnung der induzierten Dichte $\mathcal{S}_{\text{ind}}(z, r)$

Nach einer Veröffentlichung von Lamb (1909) läßt sich das bestimmte Integral über die Variable k in Gl. (6.25) analytisch darstellen.

Geht man davon aus, daß für große Abstände vom Projektilweg, d.h. $r, \bar{z} > 1$, der Hauptteil des Integrals im Bereich kleiner k liegt ($k \lesssim k_c$), und führt eine Variablentransformation der Art

$$k^2 r^2 = K^2 - \frac{\omega_p^2 r^2}{\beta^2} \quad (\text{C.1})$$

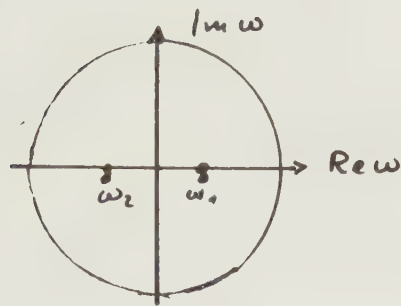
durch, so erhält man für Gl. (6.25)

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{\text{ind}}(r, \bar{z}) &= \frac{Ze\omega_p^2}{2\pi\bar{v}} \int_0^{k_c} k dk J_0(kr) \frac{\sin\left(\frac{\bar{z}}{\bar{v}} \sqrt{\beta^2 k^2 + \omega_p^2}\right)}{\sqrt{\beta^2 k^2 + \omega_p^2}} \\ &= \frac{Ze\omega_p^2}{2\pi\bar{v}} \int_x^{K_c} \frac{dK}{r\beta} K \frac{\beta}{r} J_0(\sqrt{K^2 - x^2}) \frac{\sin(\mathcal{G}K)}{\beta K/r} \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

wobei $x = \omega_p r / \beta$ und $\mathcal{G} = \bar{z} \beta / \bar{v} r$.

Zusammenfassen der Glieder in Gl. (C.2)

$$\mathcal{S}_{\text{ind}}(\bar{z}, r) = \frac{Ze\omega_p^2}{2\pi\bar{v}\beta r} \int_x^{K_c} \sin(\mathcal{G}K) J_0(\sqrt{K^2 - x^2}) dK \quad (\text{C.3})$$



In gleicher Weise schließt man den Integrationsweg in der unteren Halbebene und erhält nach dem Residuensatz ⁵¹

$$I_{\omega} = -2\pi i \sum \text{Residuen} \quad (\text{B.5})$$

Konkret wird dabei aus Gl. (B.3)

$$I_{\omega} = -2\pi i \frac{v_0^2}{v^2} \omega_p^2 \left[\frac{e^{i \frac{\omega_1}{v_0} (z - v_0 t)}}{\omega_1 - \omega_2} + \frac{e^{i \frac{\omega_2}{v_0} (z - v_0 t)}}{\omega_2 - \omega_1} \right] \quad (\text{B.6})$$

und mit $\omega_1 = -\omega_2 = \frac{v_0}{v} \sqrt{\beta^2 k^2 + \omega_p^2}$

$$I_{\omega} = \pi \sin \left[\frac{\omega_1}{v_0} (z - v_0 t) \right] \frac{v_0 \omega_p^2}{v \sqrt{\beta^2 k^2 + \omega_p^2}} \quad (\text{B.7})$$

$$I_{\omega} = \frac{2\pi v_0 \omega_p^2}{v} \frac{\sin \left(\frac{\bar{z}}{v} \sqrt{\beta^2 k^2 + \omega_p^2} \right)}{\sqrt{\beta^2 k^2 + \omega_p^2}} \quad (\text{B.8})$$

wobei $\bar{z} = z - v_0 t$.

Einsetzen des berechneten Integrals über ω aus Gl. (B.8) in Gl. (6.24) ergibt die Polarisationsladungsdichte $\mathcal{S}_{\text{ind}}(z, r)$ nach Gl. (6.25).

Anhang D

Analytische Auswertung des Integrals I_ω und Bestimmung der Pole in der komplexen Ebene - für die induzierte Stromdichte $\vec{j}_{\text{ind}}$

Im Unterschied zu der Diskussion in den Anhängen A und B, muß man für den Vektor der induzierten Stromdichte alle drei Komponenten separat bestimmen.

Durch geeignete Wahl der Zylinderkoordinaten erreicht man das Verschwinden der y - Komponente, worauf in Kapitel 6 bei der Ableitung des Polarisationspotentials eingegangen wurde, und reduziert damit den Rechenaufwand.

Nach Kapitel 6, Gl. (6.39) erhielten wir für das Integral über ω - in Komponenten

$$I_\omega^{(r)} = \int_{-\infty}^{\infty} \omega d\omega e^{i \frac{\omega}{v_0} (z - v_0 t)} \frac{1}{k^2} \left(\frac{1}{\epsilon_{||}(\vec{k}, \omega)} - 1 \right) \quad (\text{D.1})$$

$$I_\omega^{(z)} = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 d\omega e^{i \frac{\omega}{v_0} (z - v_0 t)} \frac{1}{k^2} \left(\frac{1}{\epsilon_{||}(\vec{k}, \omega)} - 1 \right) \quad (\text{D.2})$$

Ersetzt man $\epsilon_{||}(\vec{k}, \omega)$ wieder durch Gl. (6.14)

$$\epsilon_{||}(\vec{k}, \omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\beta^2 k^2 - \omega^2} \quad (\text{D.3})$$

mit $K^2 = k^2 + \omega^2/v_0^2$, erhält man

betrachtet man nun versuchsweise den Limes $k_c \rightarrow \infty$ erhält man nach Ref. 54, S. 736, die folgende analytische Darstellung des Integrals

$$S_{ind}(\bar{z}, r) = \frac{Ze\omega_p^2}{2\pi\bar{v}\beta r} \begin{cases} 0 & , \bar{v} \leq 1 \\ \frac{\cos(x\sqrt{\bar{v}^2-1})}{\sqrt{\bar{v}^2-1}} & , \bar{v}^2 > 1 \end{cases} \quad (C.4)$$

Ein ähnliches Resultat für die Bewegung eines relativistischen Projektils durch unendliche Kernmaterie wurde von Glassgold, Heckrotte und Watson ⁴² angegeben.

Im Grenzfall langer Wellenlängen und unter Vorgabe einer festen Schallgeschwindigkeit, wobei die Projektilgeschwindigkeit immer größer als die Schallgeschwindigkeit sein muß, erhielten diese Autoren einen Ausdruck für das Polarisationspotential der Form

$$\bar{\Phi}_{LHW}(r, \bar{z}) = \frac{Ze\omega_p^2}{2\pi\bar{v}\beta r} \begin{cases} 0 & , \bar{v}^2 \leq 1 \\ \frac{1}{\sqrt{\bar{v}^2-1}} & , \bar{v}^2 > 1 \end{cases} \quad (C.5)$$

$$I_{\omega}^{(r)} = \frac{-\pi i \omega_p^2 v_0^4}{(\omega_1^2 - \omega_3^2) \bar{v}^2} \left[2 \cos\left(\frac{\omega_1}{v_0} \bar{z}\right) - e^{-i \frac{\omega_3}{v_0} \bar{z}} \right] \quad (D.7)$$

$$I_{\omega}^{(r)} = \frac{-\pi i \omega_p^2 v_0^2}{(\omega_p^2 + k^2 v_0^2)} \left[2 \cos\left(\frac{\bar{z}}{\bar{v}} \sqrt{\beta^2 k^2 + \omega_p^2}\right) - e^{k \bar{z}} \right] \quad (D.8)$$

In der gleichen Weise wird die z- Komponente aus Gl. (D.4) dargestellt. Nach Anwendung des Residuensatzes ergibt sich

$$\begin{aligned} I_{\omega}^{(z)} &= -2\pi i \frac{v_0^4}{\bar{v}^2} \left[\frac{\omega_p^2 \omega_1^2 e^{i \frac{\omega_1}{v_0} \bar{z}}}{2\omega_1(\omega_1^2 - \omega_3^2)} + \frac{e^{i \frac{\omega_2}{v_0} \bar{z}} \omega_1^2 \omega_p^2}{2\omega_2(\omega_1^2 - \omega_3^2)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\omega_3^2 \omega_p^2 e^{-i \frac{\omega_3}{v_0} \bar{z}}}{2\omega_3(\omega_1^2 - \omega_3^2)} \right] \\ &= \frac{-\pi i v_0^4 \omega_p^2}{\bar{v}^2 (\omega_1^2 - \omega_3^2)} \left[2\omega_1 i \sin\left(\frac{\omega_1}{v_0} \bar{z}\right) + \omega_3 e^{-i \frac{\omega_3}{v_0} \bar{z}} \right] \quad (D.9) \end{aligned}$$

$$I_{\omega}^{(r)} = \int_{-\infty}^{\infty} \omega d\omega e^{i \frac{\omega}{v_0} (z - v_0 t)} \frac{\omega_p^2}{K^2 \left(\frac{\bar{v}^2}{v_0^2} \omega^2 - \beta^2 k^2 - \omega_p^2 \right)}$$

$$I_{\omega}^{(z)} = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 d\omega e^{i \frac{\omega}{v_0} (z - v_0 t)} \frac{\omega_p^2}{K^2 \left(\frac{\bar{v}^2}{v_0^2} \omega^2 - \beta^2 k^2 - \omega_p^2 \right)} \quad (D.4)$$

Die Bestimmung der Nullstellen der Nenner in Gl. (D.4) erfolgt analog zu Anhang A. Man erhält

$$\omega_1 = \frac{v_0}{\bar{v}} \sqrt{\beta^2 k^2 + \omega_p^2} = -\omega_2$$

$$\omega_3 = i k v_0 = -\omega_4 \quad (D.5)$$

Zur analytischen Darstellung der Integrale in Gl. (D.4) gehen wir analog zu Anhang A vor.

Partialbruchzerlegung des Integranden und Schließen des Integrationsweges über den unteren Teil der komplexen Ebene führt nach dem Residuensatz⁵¹ für die r - Komponente in Gl. (D.4) zu

$$I_{\omega}^{(r)} = -2\pi i \frac{v_0^4}{\bar{v}^2} \left[\frac{\omega_1 \omega_p^2 e^{i \frac{\omega_1}{v_0} \bar{z}}}{2\omega_1 (\omega_1^2 - \omega_3^2)} + \frac{\omega_2 \omega_p^2 e^{i \frac{\omega_2}{v_0} \bar{z}}}{2\omega_2 (\omega_1^2 - \omega_3^2)} - \frac{\omega_3 e^{-i \frac{\omega_3}{v_0} \bar{z}}}{2\omega_3 (\omega_1^2 - \omega_3^2)} \right] \quad (D.6)$$

Literaturverzeichnis

- 1 . Schwere Ionen - ein Werkzeug der Festkörperphysik ?
GSI - Arbeitstagung 1975, GSI - P2 - 75
- 2 . H.D.Betz, Rev. Mod. Phys. 44, 465 (1972)
- 3 . N.Bohr, Kgl. Dans. Videns. Selsk., Mat.-Fys. Medd. 18 (1948)
- 4 . D.Bohm, F.P.Gross, Phys. Rev. 75, 1851 u. 1864 (1949)
- 5 . J.Lindhard, Kgl. Dans. Videns. Selsk., Mat.-Fys. Medd. 28,
57 (1954)
- 6 . D.Bohm, D.Pines, Phys. Rev. 82, 625 (1951)
- 7 . D.Bohm, D.Pines, Phys. Rev. 85, 338 (1952)
- 8 . D.Bohm, D.Pines, Phys. Rev. 92, 609 (1953)
- 9 . D.Pines, Phys. Rev. 92, 626 (1954)
- 10 . D.Pines, Rev. Mod. Phys. 28, 184 (1956)
- 11 . J.Neufeld, R.H.Ritchie, Phys. Rev. 98, 1632 (1955)
J.Neufeld, R.H.Ritchie, Phys. Rev. 99, 1125 (1955)
- 12 . V.N.Neelavathie, R.H.Ritchie, W.Brandt, Phys. Rev. Lett. 33,
302 (1974)
- 14 . M.H.Day, Phys. Rev. B12, 514 (1975)
- 15 . R.H.Ritchie, W.Brandt, P.M.Echenique, Phys. Rev. B14,
4808 (1976)
- 16 . R.Strong, M.W.Lucas, Phys. Rev. Lett. 39, 1349 (1977)
- 17 . M.Kitagawa, Y.H.Ohtsuki, Phys. Rev. B16, 5321 (1977)
- 18 . M.H.Day, M.Ebel, Phys. Rev. B19, 3434 (1979)
- 19 . D.S.Gemmell, J.Remilieux, J.L.Poizat, M.J.Gaillard,
R.Holland, Z.Vager, Phys. Rev. Lett. 34, 1420 (1975)

Einsetzen der Werte für die Nullstellen $\omega_1 + \omega_3$ und ausmultiplizieren führt auf

$$I_{\omega}^{(2)} = \frac{\pi \omega_p^2 v_0^2}{(\omega_p^2 + k^2 v_0^2)} \left[2 \sin \left(\frac{\bar{z}}{v} \sqrt{\beta^2 k^2 + \omega_p^2} \right) \frac{v_0}{v} \sqrt{\beta^2 k^2 + \omega_p^2} + k v_0 e^{k \bar{z}} \right]$$

Nach Einsetzen dieser Ausdrücke in die Gln. (6.39) und (6.40) aus Kapitel 6.3 erhält man für die Komponenten der induzierten Stromdichte $\vec{j}_{\text{ind}}(r; \bar{z})$

(D.11)

(D.12)

- 36 . J.D.Jäckle, Einführung in die Transporttheorie,
Vieweg, Braunschweig (1978)
- 37 . z.B. L.D.Landau, E.M.Lifschitz, Lehrbuch der Theoretischen
Physik, Bd.1, Akademie Verlag, Berlin (1978)
- 38 . C.Kittel, Einführung in die Festkörperphysik, Oldenbourg/
Wiley, Frankfurt (1973)
- 39 . z.B. J.M.Eisenberg, W.Greiner, Nuclear Theory II, North
Holland, Amsterdam (1970)
- 40 . J.Geiger, Elektronen und Festkörper, Vieweg, Braunschw. (1978)
- 41 . R.A.Ferrell, Phys. Rev. 107, 450 (1957)
- 42 . A.E.Glassgold, W.Heckrotte, K.M.Watson, Ann. Phys.6, 1 (1959)
- 43 . F.Bloch, Z.Physik 81, 363 (1933)
- 44 . F.Brouers, J.Deltour, Phys. stat. sol. 7, 915 (1964)
- 45 . H.Watanabe, J. Phys. Soc. Japan 11, 112 (1956)
- 46 . G.Ruthemann, Naturwiss. 29, 648 (1941)
W.Lang, Optik 3, 233 (1948)
- 47 . z.B. D.Pines, P.Nozières, Theory of Quantum Liquids I,
Benjamin, New York (1966)
- 47a. A.L.Fetter, J.Walecka, Quantum Theory of Many Particle
Systems, McGraw-Hill, New York (1971)
- 48 . D.Pines, Solid State Physics, Vol.1, Academic Press,
New York (1955)
- 49 . H.Raether, Springer Tracts in Mod. Phys., Vol.38,
Springer Verlag, Berlin (1965)
- 50 . J.F.Hofmann, H.Stöcker, W.Scheid, W.Greiner, V.Ceaulescu,
E.Badraxe, Z.Phys. A280, 131 (1977)
- 51 . G.Arftken, Mathematical Methods for Physicists, Academic
Press, New York (1970)

- 20 . Z.Vager, D.S.Gemmell, B.Zabransky, Phys. Rev. A14, 638 (1976)
- 21 . Z.Vager, D.S.Gemmell, Phys. Rev. Lett. 37, 1352 (1976)
- 22 . R.Laubert, F.K.Chen, Phys. Rev. Lett. 40, 174 (1978)
- 23 . D.S.Gemmell, private Mitteilung
- 24 . W.Brandt, R.H.Ritchie, Phys. Lett. 62A, 374 (1977)
- 25 . W.Meckbach, N.Arista, W.Brandt, Phys. Lett. 65A, 113 (1978)
- 26 . C.R.Vane, I.A.Sellin, M.Suter, G.D.Alton, S.B.Elston,
P.M.Griffin, R.S.Thoe, Phys. Rev. Lett. 40, 1020 (1978)
- 27 . M.Suter, C.R.Vane, I.A.Sellin, S.B.Elston, G.D.Alton,
R.S.Thoe, R.Laubert, Phys. Rev. Lett. 41, 399 (1978)
- 28 . R.Laubert, I.A.Sellin, C.R.Vane, M.Suter, S.B.Elston,
G.D.Alton, R.S.Thoe, Phys. Rev. Lett. 41, 712 (1978)
- 29 . W.Schäfer, H.Stöcker, B.Müller, W.Greiner, Z.Phys. A288,
349, (1978)
- 30 . W.Schäfer, H.Stöcker, B.Müller, W.Greiner, Z.Phys. B,
im Druck (1979)
- 31 . H.J.Frischkorn, K.O.Groeneveld, R.Latz, G.Reichhardt,
J.Schader, S.Schumann, R.Mann, Phys. Lett., im Druck (1979)
- 32 . P.M.Platzmann, P.A.Wolf, Waves and Interactions in Solid
State Plasmas, Academic Press, New York (1973)
- 32a. R.Kippenhahn, C.Möllenhoff, Elementare Plasmaphysik,
Bibl. Institut Mannheim (1975)
- 33 . J.D.Jackson, Classical Electrodynamics, 2nd ed., Wiley,
New York (1975)
- 34 . D.S.Falk, Phys. Rev. 118, 105 (1960)
- 35 . P.Nozières, D.Pines, Phys. Rev. 113, 1254 (1959)
P.Nozières, D.Pines, Phys. Rev. 109, 741 (1958)

- 67 . B.Sundqvist, P.Hakansson, A.Johansson, J.Fohlman,
P.Peterson, Desorption of Large Molecules
by Heavy Ion Induced Electron Shock Waves,
preprint, sub. Phys. Rev. Lett. (1979)

- 52 . z.B. J.D.Bjorken, S.D.Drell, Relativistische Quanten-
mechanik, Mannheim (1966)
- 53 . H.Lamb, Proc. London Math. Soc., Sec.2, 7, 122 (1909)
- 54 . I.S.Gradsteyn, I.M.Ryzhik, Tables of Integrals, Series
and Products, Academic Press, New York (1965)
- 55 . N.W.Ashcroft, N.D.Mermin, Solid State Physics, Holt-Rinehart-
Winston, New York (1976)
- 56 . L.D.Landau, E.M.Lifschitz, Lehrbuch der Theoretischen Physik
Band VI, Akademie Verlag, Berlin (1974)
- 57 . W.D.Hayes, R.F.Probstein, Hypersonic Flow Theory, Academic
Press, New York (1959)
- 58 . E.J.Sternglass, Phys. Rev. 108, 1 (1957)
- 59 . J.Schader, B.Kolb, K.D.Sevier, K.O.Groeneveld, Nucl. Instr.
and Meth. 151, 563 (1978)
- 60 . H.J.Frischkorn, private Mitteilung
- 61 . H.J.Hagemann, W.Gudat, C.Kunz, DESY SR-74/7 (1974)
- 62 . H.Stöcker, J.A.Maruhn, W.Greiner, Physics Reports, im Druck
(1979) - und Referenzen daselbst
- 63 . H.G.Baumgardt, J.U.Schott, Y.Sakamoto, E.Schopper, H.Stöcker,
J.Hofmann, W.Scheid, W.Greiner,
Z.Physik A273, 359 (1975)
- 64 . H.Stöcker, J.A.Maruhn, W.Greiner, Strong Compression Effects
in Fast Heavy Ion Collisions, Z.Physik (1979)
- 65 . H.Griem, private Mitteilung
- 66 . W.Brandt, R.H.Ritchie, Physical Mechanisms in Radiation
Biology, Proc. Airlie Conf., VA, USA (1972)

Danksagung

Zu großem Dank verpflichtet bin ich Herrn Prof. Dr. W. Greiner für die Anregung zu dieser Arbeit, für viele wertvolle Rat-schläge und sein stetes Interesse an ihrem Fortgang.

Weiterhin gilt mein Dank Herrn Prof. Dr. B. Müller für viele wertvolle Bemerkungen und anregende Diskussionen.

Meinen Freunden und Kollegen am Institut für Theoretische Physik, Dr. Horst Stöcker, Joachim Reinhardt, Dr. Jürgen Hofmann, Wilfried Betz und Peter Gärtner sei an dieser Stelle für viele klärende Gespräche und die ausgezeichnete Zusammenarbeit gedankt. Ferner gebührt mein Dank Herrn Prof. Dr. K.O. Groeneveld für zahlreiche Diskussionen zur experimentellen Verifikation des Machschockphänomens, sowie Herrn Dr. S. Schumann und Herrn H.J. Frischkorn.

Schließlich schulde ich großen Dank Frau B. Utschig und Frl. G. Roth für das sorgfältige Zeichnen der Figuren, den Damen R.Lasarzig, M.Knolle, E.Pfister und I.Heinz für das Tippen einiger Veröffentlichungen und Herrn W.Brose für den sauberen Druck der Dissertation.

Die benötigte Rechenzeit stellte die Gesellschaft für Schwer- ionenforschung (GSI) in Darmstadt zur Verfügung.

Zu guter Letzt möchte ich mich noch bei meiner lieben Frau Ingrid für ihr Verständnis und ihre Unterstützung während dieser Zeit, sowie für das saubere Tippen dieser Arbeit, bedanken.

Meine akademischen Lehrer waren:

Prof.Dr. W.Greiner, Prof.Dr. W.Martienssen, Prof.Dr. F.Constan-
tinescu, Prof.Dr. E.Schopper, Prof.Dr. A.Münster, Prof.Dr. Czerny,
Prof.Dr. W.Scheid, Prof.Dr. B.Müller, Prof.Dr. J.Maruhn, Prof.
Dr. C.Toepffer, Prof.Dr. K.O.Groeneveld, Prof.Dr. T. Elze,
Prof.Dr. A.Schaarschmidt, Prof.Dr. F.Rauch, Prof.Dr. U.Gerhardt,
Prof.Dr. E.Mohler, Prof.Dr. H.Roesky, Prof.Dr. H.Hartmann,
Prof.Dr. F.W.Bauer, Prof.Dr. H.Schuster, Prof.Dr. K.H.Müller



Lebenslauf

Am 13.5.1952 wurde ich - Wolfgang Schäfer - als Sohn des Elektromeisters Willi Schäfer und seiner Ehefrau Johanna, geb. Thobor, in Dortelweil (jetzt: Bad Vilbel), Wetteraukreis, geboren. Von 1959 bis 1963 besuchte ich die Volksschule in Dortelweil und nachfolgend das Augustinergymnasium in Friedberg/Hessen. Im Juni 1971 verließ ich die Augustinerschule mit der allgemeinen Hochschulreife und begann im Wintersemester 1971 das Studium der Physik an der J.W.Goethe Universität in Frankfurt am Main. Im Juli 1973 legte ich die Diplom-Vorprüfung für Physiker ab, und begann im Sommer 1974, unter Anleitung von Herrn Prof. Dr. W. Greiner, meine Diplomarbeit im Institut für Theoretische Physik. Im April 1976 bestand ich die Diplom-Hauptprüfung für Physiker und bin seit dieser Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am selben Institut tätig. Seit März 1977 bin ich mit Ingrid Schäfer, geb. Schön, verheiratet; unsere Tochter Sabrina wurde am 13. Oktober 1979 geboren.

Frankfurt am Main, den 17.12.1979

Wolfgang Schäfer

